

INFORMATIKA DOKTORI ISKOLA
KOMPLEX VIZSGA TANTÁRGYI TEMATIKA

Approximációelmélet

1. Az approximációelmélet alaptételei: Weierstrass első- és második approximációs tétele, ezek egymással való kapcsolata.
2. Az approximációelmélet alapvető kérdései normált terekben. Approximáció Banach- és Hilbert-terekben: a legjobb közelítés létezése, egyértelműsége és meghatározása. A Fourier-projekció minimumtulajdonsága.
3. Függvényterek. Folytonos függvények terei. Integrálható függvények terei. Súlyozott függvényterek. A legjobban közelítő elem létezése és egyértelműsége ezekben a terekben.
4. Csebisev approximáció: Csebisev alternációs tételei. A Csebisev-polinomok származtatása, alapvető tulajdonságai.
5. Folytonossági és simasági modulusok a $C_{2\pi}$ és az $L^p_{2\pi}$ függvényterekben. Az approximáció direkt- vagy Jakson-típusú tételei. Fordított- vagy Bernstein-típusú tételek.
6. Approximáció algebrai polinomokkal. A közelítés nagyságrendje a Bernstein-polinomokkal. A szaturáció problémája.
7. Trigonometrikus Fourier-sor részletösszegeinek approximációs tulajdonságai. Trigonometrikus Fourier-sorok szummációi. Az egyenletes konvergenciára vonatkozó Natanson-Zsuk tétel. Klasszikus eljárások. Az általános szummációs eljárások konvergenciájának nagyságrendje.
8. Egyenletesen konvergens algebrai polinomsorozatok konstrukciói. Ortogonális polinomsorozatok, klasszikus ortogonális polinomok. Ortogonális polinomrendszer szerinti Fourier-sor szummációi.
9. Interpoláció trigonometrikus és algebrai polinomokkal. A Lagrange-, Hermite- és Hermite-Fejér interpoláció. Az interpolációs eljárások konvergenciája, a Lebesgue-függvény szerepe.

Irodalom:

1. E. W. Cheney: *Introduction to Approximation Theory*, McGraw-Hill, New York, (1966).
2. E. W. Cheney and W. Light: *A Course in Approximation Theory*, Brooks/Cole Publ. Comp., 2000.
3. R. A. DeVore: *The Approximation of Continuous Functions by Positive Linear Operators*, Lecture Notes in Mathematics, 293, Springer-Verlag, Berlin, 1972.

4. R. A. DeVore and G.G. Lorentz: *Constructive Approximation*, Springer-Verlag, New York, 1993.
5. G.G. Lorentz, M. von Golitschek and Y. Makovoz: *Constructive Approximation: Advanced Problems*, Springer-Verlag, New York, 1996.
6. I. P. Natanson: *Konstruktív függvénytan*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.
7. P. P. Petrushev and V. A. Popov: *Rational Approximation of Real Functions*, Cambridge Univ. Press, New York, 1987.
8. A. F. Timan: *Theory of Approximation of Functions of a Real Variable*, Macmillan, New York, 1963. Reprint, Dover, New York.