

Komputeralgebra rendszerek

Polinomok II

Belső adatábrázolás

Czirbusz Sándor

czirbusz@gmail.com

Komputeralgebra Tanszék
ELTE Informatika Kar

2010-2011 ősz

Index

- 1 Polinomok ábrázolása a Maple-ban
 - Directed acyclic graph I
 - DAG II
 - DAG III
 - DAG IV
- 2 Polinomok ábrázolása a Sage-ben
 - Egyváltozós polinomok
- 3 Racionális kifejezések
- 4 A helyettesítés
 - A Maple módszere
 - Egyszerű helyettesítés
 - "Okos" helyettesítések
 - Helyettesítés a Sage-ban

Irányított körmentes gáf - DAG I

Egy polinom adatvektorának szerkezete :

sum	expr1	coeff1	expr2	coeff2
-----	-------	--------	-------	--------	-------

$$\text{sum} = \text{coeff1} * \text{expr1} + \text{coeff2} * \text{expr2} + \dots$$

prod	expr1	expon1	expr2	expon2
------	-------	--------	-------	--------	-------

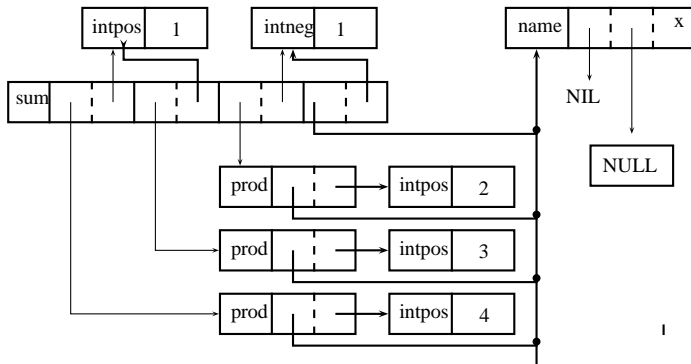
$$\text{prod} = \text{expr1}^{\text{expon1}} + \text{expr2}^{\text{expon2}} + \dots$$

DAG II

DAG II

Példa :

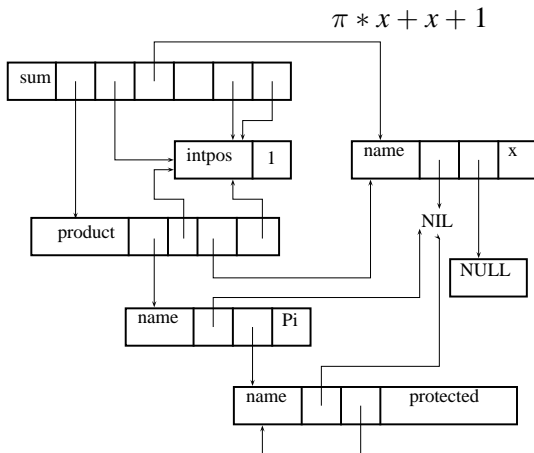
$$x^4 + x^3 - x^2 - x$$



DAG III

DAG III

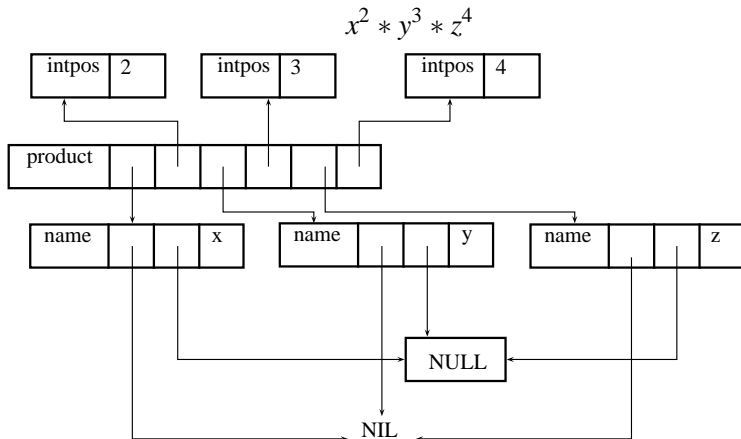
Kissé meglepő



DAG IV

DAG IV

Egy monom :



FLINT és NTL

- A rendszer a **FLINT** és az **NTL** szabad forrású rendszert használja
- A polinomgyűrűben az **implementation** kapcsolóval állítható, a **FLINT** a default
- FLINT : Fast Library for Number Theory,
<http://www.flintlib.org/>
- NTL: A Library for doing Number Theory, Victor Shoup készítette, <http://www.shoup.net/>
- A FLINT az NTL továbbfejlesztett változata, alapjuk a GNU MP

Racionális kifejezések

- A Maple képes olyan törtkifejezéseket racionális kifejezésként kezelni, melyek bonyolultabb függvények (trigonometrikus) polinomjai

$$\frac{\sin(x)^2 - 1}{\sin(x) - 1}$$

- A Maple típuskezelője szerint ez $\text{ratpoly}(\text{integer}, \sin(x))$ és normalizálja
- A Sage ezeket automatikusan a szimbolikus gyűrűben kezeli

A subs utasítás

A subs

- Az alapforma : **subs**(var=helyettesítés,kif)
Nincs kiértékelés, a kifejezés értéke nem változik
- Szekvenciális helyettesítés **subs**(var1=h1,var2=h2,...,kif) :
ahány helyettesítés van, annyszor fut át a kifejezésen
- Szimultán helyettesítés : **subs**({var1=h1,var2=h2,...},kif):
egy menetben történik a csere
- A részkifejezések lekérdezése : **op(kif)** vagy **op(n, kif)**

Mintaillesztés

A szintaxis : **applyrule**(minta1,minta2,... kif)

- 1 a megadott minták lehetnek egyenletek, ezek baloldalát tartalmazza a kifejezés : az $\text{applyrule}(a + b = x, f(a + b + c))$ helyettesítés kimenete : $f(x + c)$
- 2 A Maple mintaillesztési szabályainak megfelelő minták : az

$$\text{applyrule}([a :: \text{even} = \text{even}, a :: \text{prime} = \text{prime}], \\ [1, 2, 4, 3, 5, 6, 4, 8, 15, 21])$$

kimenete

$$[1, \text{even}, \text{even}, \text{prime}, \text{prime}, \text{even}, \text{even}, \text{even}, 15, 21]$$

- 3 A mintaillesztés szabályai : lásd **patmatch** függvény

Algebrai helyettesítés

A szintaxis : **algsubs(a = b, f [,valt, [opciók]]**

- Algebrai azonosságot helyettesít
- A **valt** paraméterben a preferált váltzórendet jelezzük
- "exact" opció csak a pontos kifejezést és annak többszöröseit keresi (ellentéte a "remainder", a default)
- ha kitevőt helyettesítünk az csak egész lehet
- nem hat eljárásneveken, indexeken

Részkifejezések helyettesítése I

subsop

- Szintaxisa : **subsop**($num_1 = kif_1, num_2 = kif_2, \dots, kif$)
- A num_i -k vagy egészek, vagy egészek listái: a részkifejezések pontoshelyét jelölik ki a **kif** grájában
- Nem történik kiértékelés, a kifejezés tárolása a mi dolgunk
- A szám lehet negatív is, értelmezése mint más indexelésnél: hátulról haladunk

Részkifejezések helyettesítése II

applyop

- Szintaxisa : $\text{applyop}(f, i, e[, x_1, x_2, \dots])$
- Ha i egész, a **subsop**(index=func(**op**(index,expr)),expr) helyettesítésnek felel meg
- Ha i halmaz, szimultán helyettesítést végez
- Az opcionális argumentumok az adott sorrendben átadódnak az f függvényre.

Részkifejezések helyettesítése III

Bonyolult kifejezések kezelése

- Szintaxis : **freeze(kif)** illetve **thaw(var)**
- A **kif** a „lefagyasztani” kívánt kifejezés, **var** a „lefagyasztott” változó
- A **freeze** ideiglenes változókat generál **freeze/R0**, **freeze/R1**, ... néven
- Ezeket a **thaw** kiolvasztja

$$\text{Az } (x + y)^2 + \frac{1}{(x + y)^2} \text{ kifejezésre}$$

alkalmazva $\text{subs}(x + y = \text{freeze}(x + y), \text{expr})$ -t, az eredmény

$$\text{freeze}/R0^2 + 1/\text{freeze}/R0^2$$

Erre használható a **normal** függvény, majd a **thaw** után az eredmény :

$$\frac{(x + y)^4 + 1}{(x + y)^2}$$

A .subs ()

- Szintaxis : **.subs**(kif_1, kif_2, \dots); minden gyűrűben
- A kifejezések formái:
 - 1 Kulcsszavasak : **a=b**
 - 2 Dictionary : **a:b**
 - 3 Relációsak : **a==b**

A 2. megoldás a Maple **applyrule**–hoz hasonló, a 3. az **algsubs**–hoz.

Apróságok a szimbolikus gyűrűben

```
.subs_expr( )
```

Ez lényegében a **Maxima**-beli **subst** függvény

- Szintaxis : **.subs_expr(*equations)**
- Kulcs:érték párokat helyettesít az objektumban
- Csak formai a helyettesítés minden matematikai tudás nélkül

```
.substitute_function( )
```

Egy kifejezésben függvény lecserélése másikra

Szintaxisa : **.substitute_function(original, new)**

wild-card-ok a szimbolikus gyűrűben

- Szintaxis : **`wi = SR.wild(i)`**
- Mintaillesztéshez és helyettesítéshez
- Példa:

$$w0 = SR.wild(0); w1 = SR.wild(1)$$

$$pattern = \sin(x) * w0 * w1^2$$

$$f = atan(\sin(x) * 3 * x^2)$$

$$f.has(pattern) \text{ ennek igaz a kimenete } f.subs(pattern == x^2)$$

A végeredmény $\arctan(x^2)$

Példák

Lásd a munkalapokon