

Komputeralgebra rendszerek

XIII. Kalkulus II

Czirbusz Sándor

czirbusz@gmail.com

Komputeralgebra Tanszék
ELTE Informatika Kar

2009-2010 őszi

Index

- 1 Integrálás
 - Határozatlan integrál
 - A Maple-ben
 - A Sage-ben
 - Határozott integrál
 - A Maple-ben
 - A Sage-ben
 - Numerikus integrálás
 - Maple
 - Sage
- 2 Transzformációk
 - A Maple-ben
 - A Sage-ben

Határozatlan integrál a Maple–ben

- Utasítás :**Int|int**(expr,var)
- Az integrációs konstanssal nem törődik.
- Tettenérés :**infolevel[integrate]** :=2
- Működése :
 - 1 Táblázatos keresés
 - 2 Heurisztikus módszerek (helyettesítés, parciális integrálás, stb)
 - 3 Risch algoritmus : megpróbálja a függvényt elemi függvényekre bontani a Liouville elv alapján:

$$\int f = v + \sum c_i \ln(v_i)$$

Határozatlan integrál a Sage–ben

- Utasítás : **`.integral|.integrate`**(expr,var[,algorithmus])
- Először megnézi, van–e az objektumnak **`.integrate`** tulajdonsága
- Ha nincs, a megadott algoritmus alapján végzi az integrálást
- Algoritmus : „maxima” (default), „sympy”, „maple”

Határozott integrál a Maple-ben

- Utasítás : **Int|int**(expr,range)
- Sokszor nem a határozatlan integrálból számol (Táblázatok, Besselfv-ek, egyéb mintakeresés)
- Többszörös integrálás : **int(int(expr,r1),r2)**
- Ez utóbbi helyettesíthető az **int(exp,[r1,r2,...])** formával; itt gondosabba kell figyelni a határookra, mert a külsők élveznek prioritást.
- Ha a határok egészek, először szimbolikusan itnegrál, ha lebegőpontosak, numerikus módszert használ

Határozott integrál a Sage–ben

- Utasítás `:.integral|.integrate(expr,var, v0,v1)`
- A többszörös integrálást egymásba ágyazással lehet megoldani.

Numerikus integrálás a Maple–ben

- Egyszerűbb esekben : **int** majd **evalf**
- Az „igazi” :
evalf(Int(expr, range[list][, method, epsilon, digits])
Módszerek :

- **_CCquad** – Clenshaw-Curtis kvadratúra
- **_Gquad** – adaptive Gauss kvadratúra.....
- Használ „külső” algoritmusokat (NAG,
<http://www.nag.co.uk/>)

Numerikus integrálás a Sage-ben

- Szimbolikusan : **.nintgegral(var, v1,v2)**, a Maximán keresztül
- A fő függvény : **numerical_integral(f, a, b, algorithm, max_points, params=[], eps_abs, eps_rel, rule=6)**
 - Az algoritmus defaultja a „qag”, a másik érték „qng” (Gauss–Konrod)
 - **max_points** : a mintavételezési pontok száma
 - **params**: saját fv. paraméterezéséhez
 - **eps*** abszolút és reaktív hiba
 - **rule** a Gauss–Konrod vezérlésére

Transzformációk a Maple-ben I

Az `inttrans` csomag

Az integráltranszformációk formája :

$$\mathcal{T}(f)(s) = \int_a^b f(t)K(s,t)dt$$

- Fourier : $K(s,t) = e^{-ist}$, $a = -\infty$, $b = \infty$
fourier(expr, t, x)
- A „testvérek” : `fouriercos`, `fouriersin`
- Laplace : $K(s,t) = e^{-st}$, $a = 0$, $b = \infty$
laplace(expr, t, s)
- ... és még sokan mások

Transzformációk a Maple–ben II

Az `DiscreteTransforms` csomag

Ez a csomag a diszkrét Fourier transzformációt és annak inverzét tartalmazza, többféle paraméterezéssel, többféle algoritmus (DFT, Brigham) segítségével

A Laplace–transzformáció a Sage-ban

- Szintaxis : **laplace(ex, t, s)**
- Leggyakrabban differenciál–egyenleteket oldhatunk meg vele (még akkor is, amikor a saját solver nem megy)

Példák

Lásd a munkalapokon