

Komputeralgebra rendszerek

XIV. Kalkulus III

Czirbusz Sándor

czirbusz@gmail.com

Komputeralgebra Tanszék
ELTE Informatika Kar

2010-2011 ősz

Index

- 1 Szimbolikus szummázás
 - Szummázás a Maple-ben
 - Szummázás a Sage-ben
- 2 Sorfejtések
 - Taylor sorfejtés a Maple-ben
 - Általános sorfejtés a Maple-ben
 - Taylor sorfejtés a Sage-ben
- 3 Approximáció
- 4 Hatványsorok
 - Hatványsorok a Maple-ben
 - Hatványsorok a Sage-ben

add és sum

- Véges összegek : **add**(expr,i=m..n|i=x|i in x)
Az iteráció megadásánál „x” olyan struktúra, melyre az **op** alkalmazható (list, set)
- Szimbolikus összegzés : **sum**
- Inert forma : **Sum**(expr,range)
Itt a „range” lehet tényleg egy intervallum de lehet kifejezés, önmagában egy változó, egy gyökös kifejezés, stb
- A **sum**-nak van inert párja
- További lehetőségek a **SumTools** és kapcsolódó csomagokban.

hasonlóan működik a **prod**, **mult** páros.

Szummázás a Sage-ben

sum, amni nem saját

- Szintaxis : **sum(kif,a,b, algorithm)**
- Az algoritmus lehet „maxima” (default), „maple”, „mathematica” (előtte installálni kell)
- Előfordul, hogy az adott program elvégzi a feladatot, de a Sage nem érti meg 😞

Taylor sorfejtés a Maple-ben

Egyváltozós függvények

- **taylor**($f(x), x=a, o$) sorfejtés a megadott ordo-ig
- Típusa : **series**, konvertálható polinommá
- Az együtthatók lekérdezhetők : **coeftayl**(...)
- **order**(..) : az Ordo lekérdezése

Többsváltozós függvények

- Utasítás : **mtaylor**($f, \text{varlist}, n, \text{intlist}$)
- Eredménye : polinom.
- Az együtthatók ugyanúgy lekérdezhetők

Általános sorfejtés

series

- Utasítás : **series**(expr, eqn,n)
- Taylor – $>$ Laurent – $>$ Puisseux
- Saját függvény is adható meg : **series/f**
A visszaadott adat típusának series-nek kell lennie.
- A végtelenben : **asympt**(expr, var,n)

taylor

- A Sage egy utasítással „intézi” el az egy- és többváltozós, a Taylor- és a Laurent sorfejtést.
- Szintaxis :
taylor(f, x, a, n) vagy **taylor(f, (x1, a1)[,(x2,a2), ...],n)** a többváltozósra
- „n” az ordo

Approximáció

A numapprox csomag

- Hiba nagyságának a vizsgálata : **infnorm**(expr)

$$\|f\|_{\infty} = \max_{a \leq x \leq b} |f(x)|$$

- Padé approximáció : **pade**(expr,var [ord1,ord2])
- Csebisev polinomokkal :
chebyshev(expr,x|a..b, ϵ)
chebpade(expr,x|a..b, [m,n])
- A minimax approximáció : a

$$\max_{a \leq x \leq b} w(x) \left| f(x) - \frac{p(x)}{q(x)} \right|$$

kifejezés minimalizálásával az összes $\frac{p(x)}{q(x)}$ racionális törtfv. fölött,
 $\deg(q) \leq n$

Hatványsorok a Maple-ben

A **powseries** csomag

- Formális hatványsorok kezeléséhez való eljárások
- A Maple hatványsorai procedúrák, melyek egy i értékre pontosan az i -edik együtthatót adják vissza. A már kiszámolt értékek a procedura remember táblájába kerülnek
- Definiálás : **powcreate**($f(n)=\text{expr}$)
- A **tpsform**(s,x,n) - átalakítja „csonkolt” (truncated) formára a hatványsort
- Műveletek I: **powadd**, **multiply**, **inverse**
- Műveletek II : **compose** ,**reversion**
- Műveletek III : **powdiff**, **powint**

Hatványsorok a Sage-ben I

A `PowSeries` gyűrű

- A Sage algebrai megközeleítése miatt definiálni kell egy hatványsor-gyűrűt :

`PowerSeriesRing(base_ring, name, default_prec, names, sparse)`

- „base_ring” az alapgyűrű
- „name” a szimbolikus változó
- „default_prec” a csonkolás (=20)
- „sparse” ritka ábrázolás (=false)

Hatványsorok a Sage-ben II

A műveletek

- Mivel egy gűrűt definiáltunk, a műveletek az alapgyűrű műveletei : $+$, $*$ és ezek inverzei
- **.differentiat()** hatványsor differenciálása
- **.polynom()** konverzió polinommá
- **.ogf()** átalakítás generátorfüggvénnyé

Példák

Lásd a munkalapokon