

# Matroid metszet algoritmusok gyenge orákulumokkal

Király Tamás<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ELTE TTK Operációkutatási Tanszék

2022. január 13-14. Budapest



PROGRAM  
FINANCED FROM  
THE NRDI FUND

# Az időszak kutatásai

- ▶ Népszerű hozzárendelések
  - ▶ Társszerzők: T. Kavitha, J. Matuschke, I. Schlotter, U. Schmidt-Kraepelin
  - ▶ Az előző időszakban kidolgozott algoritmusból cikk készült
  - ▶ Az eredményeket az *ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA22)* konferencián mutattuk be
- ▶ Hierarchikus QoS matematikai modellezése
  - ▶ Laki Sanyiék eredményeihez kapcsolódva
  - ▶ A kutatás most kezdődött, eredmények remélhetőleg a következő időszakban
- ▶ Matroid metszet algoritmusok gyenge orákulumokkal



NATIONAL RESEARCH, DEVELOPMENT  
AND INNOVATION OFFICE  
HUNGARY

PROGRAM  
FINANCED FROM  
THE NRDI FUND

# Matroid metszet algoritmusok gyenge orákulumokkal

A kutatás résztvevői:

- ▶ Bérczi Kristóf (ELTE)
- ▶ Yutaro Yamaguchi (Osaka University, Osaka, Japan)
- ▶ Yu Yokoi (National Institute of Informatics, Tokyo, Japan)

Beküldött cikk:

K. Bérczi, T. Király, Y. Yamaguchi, Y. Yokoi, Approximation by Lexicographically Maximal Solutions in Matching and Matroid Intersection Problems, arxiv:2107.09897



PROGRAM  
FINANCED FROM  
THE NRDI FUND

# Matroidok

- ▶ A lineáris függetlenség fogalmának absztrakt általánosítása
- ▶ Véges alaphalmaz, függetlenségi axiómákat teljesítő részhalmaz-rendszer
- ▶ Használhatók a megszokott fogalmak:
  - ▶ bázis
  - ▶ rang
  - ▶ kör (minimális függő halmaz)
  - ▶ lezárt
- ▶ Speciális esetek:
  - ▶ Körmentes részgráfok (grafikus matroid)
  - ▶ Párosítható halmaz (transzverzális matroid)
  - ▶ Diszjunkt utakkal elérhető csúcshalmaz (gammoid)

# Matroid metszet feladat

- ▶ Két matroid közös független halmazainak keresése
- ▶ Számos alapvető kombinatorikus optimalizálási feladat közös általánosítása
  - ▶ Maximális párosítás páros gráfban
  - ▶ Hozzárendelési feladat
  - ▶ Színes feszítő fa
  - ▶ Minimális költségű feszítő fenyő
- ▶ Hatékony algoritmusok:
  - ▶ Maximális méretű közös független
  - ▶ Lexikografikusan optimális közös független
  - ▶ Maximális súlyú közös független

# Orákulumok

- ▶ A matroid algoritmusokat általában orákulomos modellben vizsgáljuk
  - ▶ függetlenségi orákulum
  - ▶ rang orákulum
  - ▶ lezárási orákulum
  - ▶ kör orákulum
  - ▶ bázis orákulum
- ▶ Matroid metszet problémáknál a sztenderd feltevés az, hogy a két matroidra külön orákulum áll rendelkezésre.

# Gyenge orákulumok

## A kutatás fő kérdése

Milyen feladatok oldhatók meg polinom időben, ha a két matroidra csak közös orákulumok állnak rendelkezésre?

- ▶ Közös független orákulum
- ▶ Rang-összeg orákulum
- ▶ Minimum rang orákulum
- ▶ Közös független + maximum rang orákulum

A fentiek minden egyértelműen meghatározzák a közös független halmazokat.

# Eredmények

## Polinom idejű algoritmusok

- ▶ Rang-összeg orákulum: maximális súlyú közös független
- ▶ Közös független + maximum rang orákulum: maximális súlyú közös független
- ▶ Minimum rang orákulum: lexikografikusan optimális közös független

## Nyitott kérdések

- ▶ A közös független orákulummal található-e maximális méretű közös független polinom időben? (Néhány matroid-osztályra beláttuk)
- ▶ A minimum rang orákulummal található-e maximális súlyú közös független polinom időben?

# Lexikografikusan optimális közös független halmazok

- ▶ Súlyok:  $c_1 > c_2 > \dots > c_k$
- ▶ Lex-opt közös független: legtöbb  $c_1$  súlyú elem, ezen belül legtöbb  $c_2$  súlyú, stb.
- ▶ Lex-opt közös független nem feltétlenül maximális súlyú

## Tétel

Tegyük fel, hogy  $c_i \geq \alpha \cdot c_{i+1} \forall i \in [k-1]$ .

- ▶ Ha  $\alpha > 2$ , a lex-opt és max súlyú közös függetlenek ugyanazok
- ▶ Ha  $\alpha \leq 2$ , a lex-opt közös független súlya a maximális súly legalább  $\alpha/2$ -szerese

A téTEL párosításokra igaz nem-páros gráfokban is.

# Lexikografikusan optimális közös megoldások keresése

A feladat nehézsége a maximális méretű és a maximális súlyú megoldás keresésének nehézsége között van.

## Kérdések

- ▶ Van-e orákulum, amire a lex-opt közös független polinomi időben megtalálható, de a maximális súlyú nem? (Esetleg minimum rang ilyen)
- ▶ Milyen feladatok esetében lehet a lex-opt megoldást jóval hatékonyabban megtalálni, mint a maximális súlyút?
- ▶ Alkalmazások

# Q&A



NATIONAL RESEARCH, DEVELOPMENT  
AND INNOVATION OFFICE  
HUNGARY

PROGRAM  
FINANCED FROM  
THE NRDI FUND