

Regionális hibákkal szemben ellenálló utak keresése kommunikációs hálózatokban

Bérczi-Kovács Erika

¹ELTE TTK, ²MTA-ELTE EGRES

January 31, 2022

Balázs Vass (BME-TMIT), Ábel Barabás (ELTE, Matematikai Intézet),
Zsombor László Hajdú (BME-TMIT), János Tapolcai (BME-TMIT)
(2022 IEEE INFOCOM)

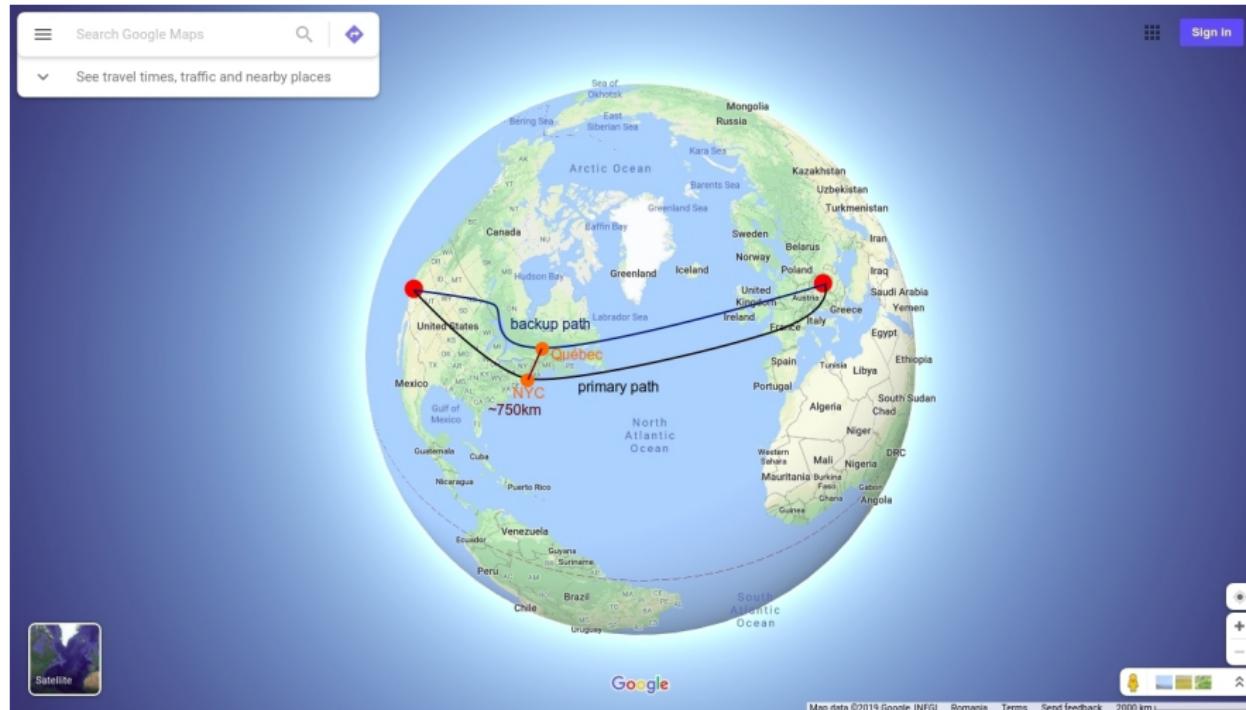


NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL

AZ NKFI ALAPBÓL
MEGVALÓSULÓ
PROGRAM



Motiváció



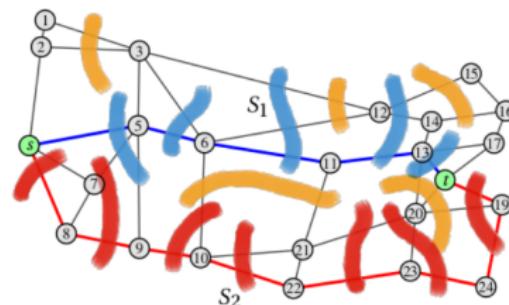
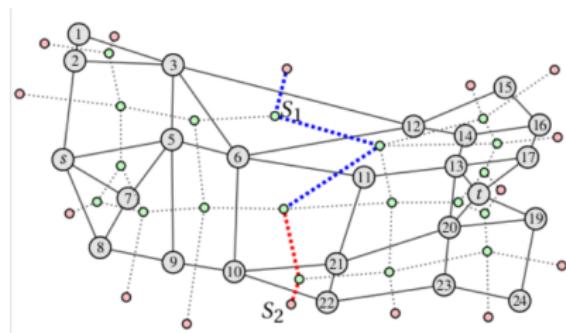
Alapprobléma

SRLG

Shared Risk Link Group: közös hibakockázatú összeköttetések halmaza

Input:

- $G = (V, E)$ síkgráf, $s, t \in V$
- $\mathcal{S} \subset 2^E$ SRLG-k listája



Optimalizálási feladatok

Definíció

Két st -út **SRLG-diszjunkt**, ha nincs olyan SRLG, mely mindekkető érinti.

- MAX-FLOW: SRLG-diszjunkt st -utak maximális száma
- MIN-CUT: minden st utat érintő SRLG-k minimális száma

A probléma általában NP-nehéz.

Előzmények

- McDiarmid-Schrijver-Sheperd-Reed (1991): alapötlet más problémára
- Kobayashi-Otsuke (2014): körhibák

Új modell:

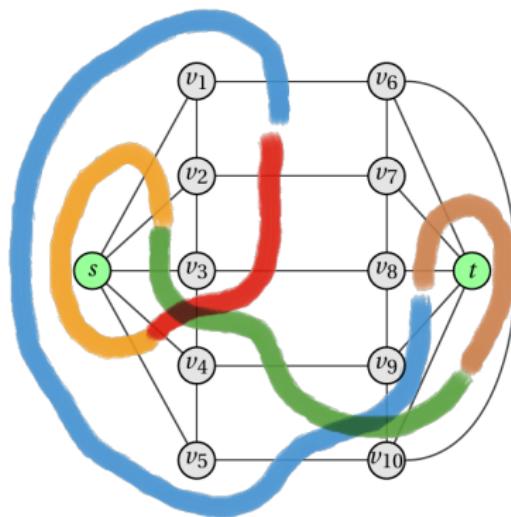
- minden SRLG összefüggő a G^* duálisban
- minden pont meghibásodhat

Fontos: nem kell ismernünk G lerajzolását, elég az élek sorrendjét a pontoknál.

Korlátok MIN-CUT -ra

Tétel

$$\text{MAX-FLOW} \leq \text{MIN-CUT} \leq \text{MAX-FLOW} + 2$$



Éles min-max téTEL MAX-FLOW-ra

C : zárt séta G duálisában

- $I(C)$: fedő SRLG szakaszok száma
- $w(C)$: hányszor "választja el" C s -et t -től.

TéTEL

Ha $\text{MAX-FLOW} \geq 2$, akkor

$$\text{MAX-FLOW} = \min \left\{ \left\lfloor \frac{I(C)}{w(C)} \right\rfloor \mid C \text{ is a closed dual walk, } w(C) \geq 1 \right\}.$$

Algoritmus MAX-FLOW-ra

Ötlet: $k \rightarrow k + 1$

P_1, P_2, \dots, P_k utakhoz P_{k+1}, P_{k+2}, \dots utak generálása.

Lényeg: k egymást követő minden SRLG-diszjunkt.

Újabb út generálása

Kiindulás: P_{i-k}, \dots, P_{i-1} ilyen sorrendben a gráfban

- P_i : P_{i-1} -hez legközelebbi: jobbról SRLG-diszjunkt ÉS $P_{i-(k+1)}$ -től jobbra van (ügyes DFS-sel)
- ha P_i SRLG-diszjunkt P_{i-k} -től is: STOP
- ha nem, P_{i+1} generálása
- ha $|V^*|$ lépésben nem találunk jó utakat, találunk C -t, melyre $\left\lfloor \frac{I(C)}{w(C)} \right\rfloor = k$

Algoritmus MIN-CUT-ra

Kiindulás

- P_1, \dots, P_k SRLG-független st -utak
- C zárt séta, melyre $\left\lfloor \frac{I(C)}{w(C)} \right\rfloor = k$

Lépések

- C felbontásával kapható $\leq \text{MAX-FLOW} + 2$ méretű vágás
- P_1, \dots, P_k -ból adódó G' segédgráf építése
- G' BFS hívásokkal MAX-FLOW ill. MAX-FLOW + 1-es vágás

Futási idő

Tétel

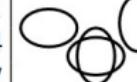
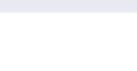
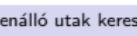
MAX-FLOW futási ideje: $O(|V|^2 (k + \log(d)\rho) \mu + |\mathcal{S}| \log(d)\rho^2)$

Tétel

MAX-FLOW megoldása UTÁN a MIN-CUT futási ideje $O(|V||\mathcal{S}|\rho^2)$.

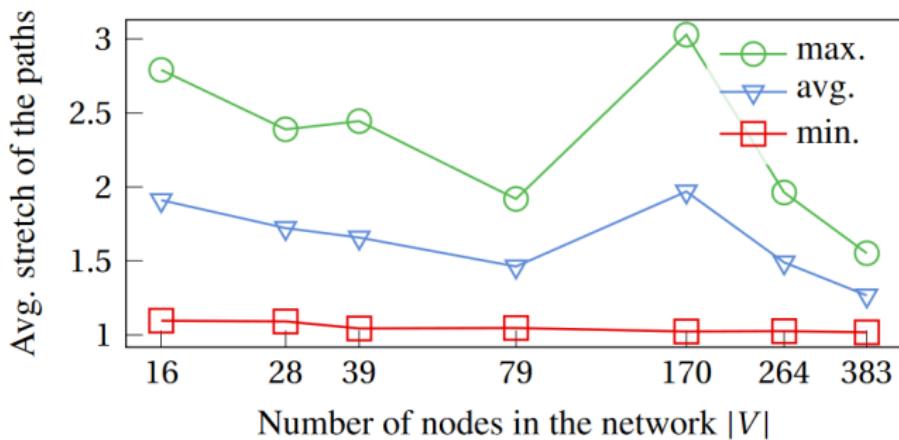
- d : SRLG-k max átmérője (duális gráfban)
- ρ : max SRLG méret (élszám)
- μ : közös élt tartalmazó SRLG-k max száma

Mérések

SRLG name	d_{min}	d_{avg}	d	ρ_{min}	ρ_{avg}	ρ	$ \mathcal{S}_{region} $	illustration
disk 50km	1.43	2.27	3.57	2.00	3.41	7.86	103.71	
disk 100km	1.71	2.71	4.00	2.71	5.25	11.14	96.71	
disk 200km	1.43	3.08	4.29	2.57	8.88	18.00	117.00	
ellipse 50km	1.43	2.30	3.71	2.00	3.64	8.14	102.71	
ellipse 100km	1.71	2.79	4.00	2.86	5.90	11.71	99.14	
ellipse 200km	1.57	3.18	4.57	2.57	10.55	21.29	115.57	
0-node	1.43	2.34	3.86	1.14	2.18	4.57	122.43	
1-node	1.71	2.68	4.14	2.29	4.05	7.00	145.86	
dual-walk	2.59	3.17	3.84	3.50	3.50	3.50	57.25	

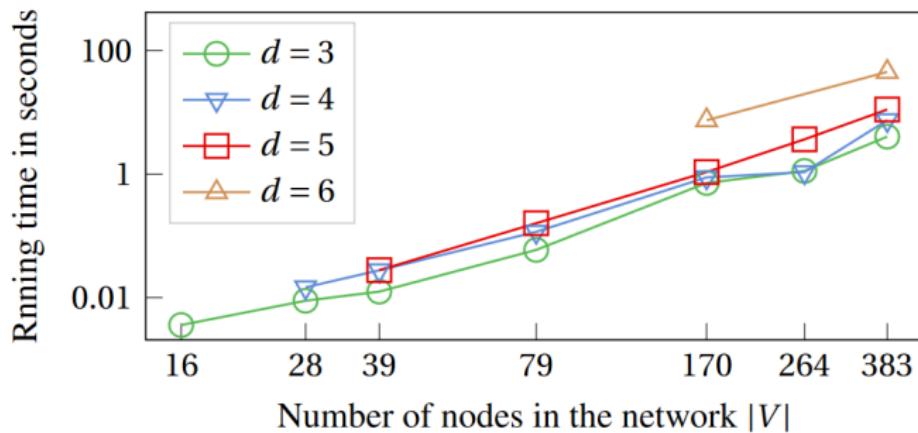
Input gráfok: <http://www.topology-zoo.org/>

Utak hossza a legrövidebb úthoz képest



Average stretch of SRLG-disjoint paths for each network

Futási idő a gyakorlatban



Köszönöm a figyelmet!