

ÁLLAMVIZSGA TÉTELEK

ELTE IK Programozó matematikus szak

Matematika témakörök

I. Analízis

1. A metrikus terek topológiája

Metrikus-, normált-, euklideszi-terek. Példák. Terek Descartes-szorzata. Alterek. Környezet, nyílt halmaz, zárt halmaz. A Cauchy-Bunyakovszkij egyenlőtlenség. Összefüggő metrikus terek és halmazok. Kompaktság metrikus terekben. A kompakt terek (halmazok) jellemzése nyílt lefedésekkel. A korlátosság és a zárttság szerepe. Kompaktság K^n -ben.

2. Sorozatok

Konvergens sorozatok metrikus terekben. Részsorozat. Cauchy-kritérium, a teljesség fogalma. Banach-tér, Hilbert-tér. Példák. Konvergencia K^n -ben, a koordináta-sorozatok szerepe. A Bolzano-Weierstrass -féle kiválasztási tétel. Műveletek konvergens sorozatokkal. Monoton sorozatok. Konvergencia-kritériumok. A limsup, liminf és kapcsolata a konvergenciával. Függvénysorozatok. Konvergencia, határfüggvény. Egyenletes konvergencia.

3. Végtelen sorok

A végtelen numerikus sor fogalma és konvergenciája. Cauchy-kritérium. Pozitív tagú sorok, abszolút konvergencia, összehasonlító kritériumok. Átrendezések, sorok zárójelezése. Leibniz-típusú sorok. Gyök- és hányados-kritérium. Számok p-adikus tört-előállítása. Műveletek sorokkal. Kettős sorok, sorok szorzása. Függvénysorok. Konvergencia, határfüggvény. Egyenletes konvergencia, Weierstrass-tétel. A hatványsor fogalma. Cauchy-Hadamard-tétel.

4. Függvények határértéke és folytonossága

Metrikus terek közötti leképezések határértéke és folytonossága. Átviteli elvek. Egyenletes folytonosság. Kompakt halmazon folytonos függvények tulajdonságai. Bolzano-tétel, Darboux-tulajdonság. Összefüggő halmazok. Kontrakció, fixpont-tétel. Egységosztás. Műveletek és határérték (folytonosság). Egyoldali határérték és folytonosság. Monoton függvény határértéke és szakadási helyei.

5. Differenciálhatóság I.

Lineáris leképezések normált terek között. A korlátos, lineáris operátorok tere. Operátor-norma, mátrix-norma (a véges dimenziós eset). A Frechet-deriválhatóság fogalma, Frechet-derivált. Deriválhatóság, s folytonosság. Műveletek differenciálható függvényekkel. Az összetett függvény deriváltja. Iránymenti derivált, Gateaux-derivált. A vektor-vektor függvények esete: a koordináta-függvények szerepe, Jacobi-mátrix, gradiens, parciális derivált. A differenciálhatóság és a parciális differenciálhatóság

kapcsolata. A Jacobi-mátrix kiszámítása. Az inverz függvény differenciálhatósága és deriváltja. Többször differenciálható függvények. A Young-tétel.

6. Differenciálhatóság II.

A differenciálszámítás középérték-tételei: Rolle-, Cauchy-, Lagrange-tétel. A többváltozós függvényekre vonatkozó Lagrange-féle középérték-tétel. A Taylor-sor fogalma, Taylor-formulák (Lagrange- és Peano-maradékkal). Az elemi függvények deriváltjai. Az implicit és az inverz függvény tétele. Paraméteres integrál. Cauchy-Riemann-egyenletek.

7. Függvényvizsgálat

Monotonitás, lokális monotonitás. Konvexitás, lokális konvexitás. Inflexió. Szükséges, elégséges feltételek differenciálható és többször differenciálható függvények esetén. A L Hospital-szabály. A kvadratikus alak fogalma és tulajdonságai. Többváltozós függvények lokális szélsőértékei. Szükséges, elégséges feltételek. Feltételes szélsőérték.

8. A Riemann-integrál

A többszörös integrál fogalma, az integrál tulajdonságai. A Lebesgue-kritérium. Szukcesszív integrálás, integrálás normál tartományon. Integráltranszformáció. Az egyváltozós eset. A Newton-Leibniz-formula. Parciális integrálás, integrálás helyettesítéssel. Határozatlan integrál, primitív függvény. Impropius integrál. Alkalmazások: terület, ívhossz, térfogat, felszín (forgásfelület).

9. Vonalintegrál

A vonalintegrál fogalma. Linearitás. Az integrál becslése, ívhossz és kiszámítása. Primitív függvény, Newton-Leibniz-formula. Zárt utakra vett integrálok és a primitív függvény kapcsolata. Integrálfüggvény. Csillagtartományon értelmezett függvény primitív függvénye. Rotáció, divergencia. Komplex vonalintegrál és kapcsolata a valós vonalintegrálokkal. A Cauchy-féle alaptétel speciális esete.

10. Differenciálegyenletek I.

A Cauchy-feladat. Egzisztencia- és unicitás tételek. Lineáris differenciálegyenlet-rendszerek, a megoldáshalmaz szerkezete. Az állandók variálásának a módszere. Állandó együtthatós rendszer alapmátrixa. Egzakt és szeparábilis differenciálegyenletek.

11. Differenciálegyenletek II.

Magasabb rendű lineáris differenciálegyenletek. Az átviteli elv. A megoldáshalmaz szerkezete. Az állandók variálásának a módszere. Állandó együtthatós egyenletek megoldása. Kvázi-polinom jobb oldal esete.

II. Numerikus módszerek, lineáris algebra

1. Számtest feletti vektorterek, euklideszi terek

2. Mátrixok és determinánsok

Kanonikus alakok: Jordan-, Schur- és szinguláris felbontás.

3. Lineáris egyenletrendszerek megoldása

Direkt módszerek. Gauss-elimináció, LU-felbontás. Gram-Schmidt ortogonalizálás, QR-felbontás.

4. Iterációs eljárások

Vektor- és mátrixnormák. Kondicionáltság. Fixponttétel, lineáris egyenletrendszerek iterációs megoldása: Jacobi, Gauss-Seidel, relaxáció.

5. Sajátérték problémák

A karakterisztikus polinom közvetlen meghatározása. Hessenberg és tridiagonális alak. Sturm módszere. Jacobi módszere szimmetrikus mátrixokra. Becslések sajátértékekre. Az LU algoritmus.

6. Interpoláció

Határozatlan együtthatók, Lagrange-, Newton-féle alak. A hibaformula és következményei. Fejér-Hermite interpoláció. Spline definíciója, minimumtulajdonság, egzisztencia és unicitás, a B-spline fogalma.

7. Approximáció Banach- é Hilbert-térben

Adott elem zárt altértől vett távolsága. Az alternáló pontokról szóló tétel. Felbontási tétel Hilbert-térben és következményei. Ortogonális polinomok.

8. Integrálok közelítő kiszámítása

Interpolációs kvadratúra formulák. Newton-Cotes-képletek. Speciális kvadratúra: trapéz- és Simpson-szabály. Hibaformulák. Gauss-kvadratúra. Csebisev-kvadratúra.

9. Nemlineáris egyenletek megoldása

Húr-, szelő-, Newton-módszer. Az egyszerű iteráció, egyenletrendszerek megoldása.

10. Differenciálegyenletek numerikus megoldása

Kvázianalitikus módszerek. Euler-módszer és javított változata. Többlépéses módszerek. Adams módszere.

III. Operációkutatás, valószínűségszámítás, statisztika

1. Lineáris programozási feladat, ilyenre vezető gyakorlati problémák. A szimplex módszer és különböző megvalósításai. Többcélfüggvényű optimalizálás.

2. A lineáris programozás dualitási tételei. Farkas-lemma. Kétszemélyes mátrixjátékok. Duál szimplex módszer és kapcsolata a szimplex módszerrel.

3. Fritz-John- és Kuhn-Tucker-féle optimalitási feltételek különböző alakjai. Konvex kvadratikus programozási feladat visszavezetése lineáris komplementaritási feladatra. Módszer az utóbbi megoldására.

4. Konvex célfüggvény közelítése szimplexén lineáris függvénnyel. A szeparabilitás szerepe. Hiperbolikus programozás. Nemlineáris programozási módszerek.

5. Hálózati folyamatok, egész értékű programozás.
6. Kolmogorov-féle valószínűségi mező. Valószínűségi változók eloszlása és jellemzőik (várható érték, szórás). Nevezetes diszkrét és abszolút folytonos eloszlások és alkalmazásaik. Függetlenség. Valószínűségi változók együttes eloszlása, korreláció.
7. Valószínűségi változók függvényeinek eloszlása, konvolúció. A nagy számok törvényei és alkalmazásaik. A centrális határeloszlástétel.
8. Statisztikai minta, nevezetes statisztikák. Becslések tulajdonságai, becslési módszerek. Intervallumbecslések.
9. A hipotézisvizsgálat alapfogalmai. Nevezetes statisztikai próbák. Regresszió.

IV. Bevezetés a matematikába

1. Halmazelméleti alapfogalmak, relációk, függvények, halmazok számossága.
2. Kombinatorikai alapfogalmak.
3. Számelméleti alapismeretek.
4. Gráfelméleti alapfogalmak.
5. Algebrai struktúrák.
6. Polinomgyűrűk.
7. Véges testek.
8. Általános kongruenciák.
9. Szabad félcsoportok, betűnkénti kódolás.
10. Hibakorlátozó kódolás.
11. Az univerzális algebra alapjai.
12. Az algoritmuselmélet alapjai.

Szoftver témakörök:

I.

LOG1. Mit értünk az ítéletkalkulus (0. rendű logika) és a prédikátumkalkulus (1. rendű logika) nyelvészeti tárgyalásán? Mi e nyelvek kifejezőereje, és mi választásuk oka? Mi az automatikus tételbizonyítás viszonya az eldöntésproblémához és a kalkulusokhoz?

LOG2. Mi a 0. és 1. rendű rezolúciós elv (eldöntésprobléma - rezolúciós kalkulusok)? Miért igaz, hogy alaprezolúcióval egy R Skolem formula adott számosságú univerzum feletti kielégíthetlensége dönthető el?

FAUT1. Formális nyelvtanok, nyelvek, osztályozásuk, tulajdonságaik. (Chomsky hierarchia, 3-as típusú nyelvek tulajdonságai - Kleene tétel, Myhill-Nerode tétele,

műveletek, zártsági tételek -, 2-es típusú nyelvek tulajdonságai, elemzése - műveletek, zártsági tételek, szintaxisfa, Baar-Hillel lemma).

FAUT2. Nyelvek definiálására használatos matematikai gépek. (Véges automata, véges ε -átmenetű nemdeterminisztikus automata, egyenértékűségük, véges determinisztikus automata minimalizálása, veremautomata, nemdeterminisztikus veremautomata.)

MI1. A kereső rendszer fogalma, komponensei és azok kapcsolata. Az állapottér reprezentáció. A vezérlési stratégiák osztályai. A visszalépéses keresés. Az általános gráfkereső algoritmus. Nevezetes heurisztikus gráfkereső algoritmusok (A, A*, A^c). Az A* algoritmus hatékonysága.

MI2. A visszafelé haladó keresések és a probléma redukció. A probléma-redukciós reprezentáció és a probléma-dekompozíciós reprezentáció. ÉS/VAGY gráfok fogalma. Keresés ÉS/VAGY gráfokban. Módosított dekompozíción alapuló rendszerek (STRIPS, RSTRIPS, DCOMP) . A játékfa teljes ill. részleges kiértékelése a kétszemélyes játékoknál. A minimax eljárás és az alfa-béta levágás.

II.

ASS1. Az assembly nyelv sajátosságai, modulok, szegmensek, procedúrák, makrók és kapcsolataik.

ASS2. Egy és kétmenetes assembler, szerkesztés és betöltés.

FOR1. A fordítóprogramok szerkezete, lexikális elemzés, felülről lefelé szintaktikus elemzések (általános és LL(1)-elemzők, táblázatos módszer és a rekurzív leszállás módszere).

FOR2. Az alulról felfelé történő szintaktikus elemzések (precedencia elemzések, LR(0), SLR(1), LALR(1) elemzések).

FOR3. Szemantikus elemzések (veremmel, ATG-vel, L-ATG alkalmazása, rendezett ATG), kódgenerálás (változó, rekord, tömb, utasítások, procedúrák és procedúrahívások kódgenerálása assembly nyelvre, paraméterátadás, láthatóság, hatáskör, stb, megvalósítása), kódoptimalizálás (módszerei, lokális, globális kódoptimalizálás).

OPR1. Virtuális memória (lapcserélési és szegmensehelyezési algoritmusok).

OPR2. Párhuzamos folyamatok (taszkrendszerek meghatározottsága, holtpont, kölcsönös kizárás, szinkronizáció).

ADB1. Az adatbáziskezelés alapfogalmai. A relációs adatmodell, relációs algebra.

ADB2. Az SQL adatbáziskezelő nyelv.

ADB3. File-szervezés, indexelés.

III.

BPR1. Feladat, program, megoldás, specifikáció tétele.

BPR2. Típus, típuskonstrukciók.

BPR3. Levezetés, visszavezetés, transzformációk, függvényabsztrakció, adatabsztrakció.

BPR4. Keresések.

BPR5. Speciális tulajdonságokkal rendelkező függvények helyettesítési értékének kiszámítása.

PTECH1. Az objektum alapú programozás klasszikus definíciója, absztrakció, az absztrakció formái, absztrakt adattípus, osztály, öröklődés.

PTECH2. A statikus modell alapfogalmai: objektum, objektum osztály, osztályok közötti relációk. A statikus modell létrehozásának lépései.

PTECH3. A dinamikus modell alapfogalmai: állapot, esemény, állapot diagram. A dinamikus modell létrehozásának lépései.

PÁRH1. Folyamatok specifikációja, absztrakt párhuzamos program, megoldás.

PÁRH2. Párhuzamos program konstrukciói, nevezetes feladatok megoldása párhuzamos programokkal, aszinkronitás, kommunikáció.

IV.

ADSZ1. Adatállományok rendezési módszerei.

ADSZ2. Keresési és kiválasztási módszerek.

ADSZ3. A fa adattípus felhasználásának néhány lehetséges területe.

ADSZ4. A verem adattípus tipikus felhasználási területei, példák.

ADSZ5. Stringkeresések, gráfalgoritmusok.

ADSZ6. Adattömörítések.

PNY1. Programszerkezet. Alprogramok. Kommunikáció alprogramok között. Fordítási egységek. (Szerkesztés.) Blokk. Package. Generic. Library. Osztály. Taszk. Modularitás. Eljárás. Függvény. Rekurzió. Paraméterátadás. Implementáció és interfész. Enkapszuláció.

PNY2. Típusok. Alapművelet típusok (egész, string, fix- és lebegőpontos ábrázolás). Típuskonstrukciók és összetett típusok. Felhasználó által definiált típusok. Paraméterezett típusok. Implementáció és interface. Tokbazárás. Erős típusosság. Típusok ekvivalenciája. (Portabilitás.)

PNY3. Változók, konstansok, kifejezések. Deklarációk és kiértékelésük. Láthatóság és élettartam. Operátorok. Kifejezések. Kifejezések kiértékelése. Operátorok túlterhelése.

PNY4. Vezérlőszervezetek. Utasítások. Szekvencia. Elágazás. Többszörös elágazás. Ciklus. Függvény- és eljáráshívás. Blokk. Rekurzió. Paraméterátadás. Párhuzamosság. Kivételkezelés. Előfordító.