

Programtervező matematikus NUMERIKUS ANALÍZIS szigorlati tematika

I. félév

1. Gauss-elimináció, LU-felbontás. Invariáns tulajdonságok: regularitás, szimmetria, diag. dom., pozitív definités, profil, sáv. QR-felbontás kétféleképpen: Gram-Schmidt, Householder. Cholesky-felbontás, részleges LU-felbontás.
2. Vektor- és mátrixnormák. Schur-felbontás és következményei. Norma és spektrálsugár kapcsolata. Kondíciószám.
3. A fixponttétel. Iterációs módszerek az $Ax=b$ megoldására: Jacobi, Gauss-Seidel, relaxációs módszerek, Richardson-iteráció, blokkiterációk, a részleges LU-felbontásból származó iteráció.
4. Szinguláris felbontás, általánosított inverz, általánosított megoldás. Algebrai és geometriai tulajdonságok. Teljes rangú esetek. Alkalmazás görbeillesztésre.
5. A sajátértékprobléma. A sajátértékek kondicionáltsága, a karakterisztikus polinom meghatározása. Szimmetrikus tridiagonális mátrixok esete.
6. Gersgorin-tételek, a Jacobi-módszer szimmetrikus mátrixokra, LU-algoritmus, QR-algoritmus, hatványiteráció, Rayleigh-hányados.

II. félév

7. Interpoláció: Lagrange-alak, hibatétel, Newton-alak, Csebisev-polinomok, a hibakorlát optimalizálása. Konvergencia.
8. Hermite-féle interpoláció, Hermite-Fejér-féle interpoláció, hibatétel.
9. A spline-függvények tere, bázis, dimenzió. Spline-interpoláció, peremfeltételek, integrálegyenlőség, optimális tulajdonság, spec: $m=2$ eset. Hibabecslések az elsőfokú és a harmadfokú esetekben.
10. Harmadfokú spline interpoláció előállítás a második deriváltak-, majd a B-spline-ok segítségével.
11. Az egyenletes közelítés problémája. Bohman-Korovkin-tétel. Bernstein-polinomok. Csebisev-polinomok, az egyenletesen legjobb közelítés problémája, alternáló pontok tétele, Remez-algoritmus, egyenletes közelítés a Csebisev-polinomok szerinti sorfejtés alapján, Fejér-féle lépcsőparabolák konvergenciája.

12. Approximáció Hilbert-térben. A véges dimenziós altér esete. Gram-mátrix, távolságképletek.
13. Ortogonális polinomok. Tétel a gyökökről, rekurzió, reprezentáció tridiagonális mátrixokkal, optimális tulajdonságuk. Nevezetes ortogonális polinomok.
14. Christoffel-Darboux-formula. Interpoláció ortogonális polinomok gyökhelyein, tétel a konvergenciáról.
15. Numerikus integrálás. Interpolációs kvadratúra formulák, konvergenciatétel hibabecsléssel, Newton-Cotes-formulák, összetett formulák. Hibatételek (egyszerű és összetett esetek).
16. A Gauss-féle kvadratúra. Tétel a pontosságról, az együtthatók kiszámítása. Kétféle hibabecslés.
17. Nemlineáris egyenletek. Fixpontiteráció, Newton-iteráció. Konvergenciarend. Tételek a konvergenciáról.
18. Lineáris differenciaegyenletek. (homogén, állandó együtthatós eset, példák). Szélőmódszer, konvergenciatétel.
19. Közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldása. Euler-módszer, lokális hiba, konzisztencia, stabilitás, konvergencia. Taylor-polinomos módszerek, Runge-Kutta-módszerek. (Részletesen csak a másodrendű eset, a javított Euler-módszer).