

## Bevezetés

- ▶ Többszereplős döntési feladatokban a szereplőknek sokszor nincs könnyen számszerűsíthető értékelése a lehetséges megoldásokra, csak rendezése vagy részbenrendezése
- ▶ Ilyenkor érdemes *népszerű* megoldásokat keresni, azaz olyanokat, amik bármely más megoldással összevetve legalább annyi szereplő preferál (*Condorcet győztes*)
- ▶ Legegyszerűbb példa: két opció esetén többségi szavazás
- ▶ 3 opció esetén már lehet hogy nincs népszerű megoldás (*Condorcet paradoxon*)

**Delegáló szavazási mechanizmus** Minden szereplő dönthet, hogy szavaz, vagy szavazati jogát egy másik (hozzáértőbbnek ítélt) szereplőre delegálja.

- ▶ A delegálás tranzitív, azaz a szavazati jog végigmegy a delegálási úton
- ▶ Minden szereplőnek részbenrendezése van az általa hozzáértőbbnek ítéltéken, utolsó opcióként maga szavaz
- ▶ El kell kerülni a *delegálási köröket* (1. ábra)

Egy körmentes népszerű delegálási megoldás: **népszerű fenyes** (2. és 3. ábra)

**Népszerű hozzárendelés** Bijekciót keresünk szereplők és opciók között. A szereplőknek részbenrendezése van az általuk elfogadható opciókon.

- ▶ Általánosítja az egyoldali preferenciás népszerű párosítás fogalmát
- ▶ Segítségével megoldható a diverz népszerű párosítás feladat: adott a szereplők egy  $S_1, \dots, S_k$  partíciója, és  $q_1, \dots, q_k$  kvóták; olyan párosítások közt keresünk népszerűt, amik ezeket a kvótákat teljesítik.
- ▶ A Condorcet-példa mutatja, hogy teljes párosítás létezése nem elég népszerű hozzárendelés létezéséhez (4. ábra).

## Eredmények

**Delegáló szavazási mechanizmus** Az alábbi eredményeket az IPCO 2020 konferencián ismertettük, és az újabb eredményekkel kibővített változat már megjelenés alatt áll a *Mathematical Programming* D1-es folyóiratnál [1].

- ▶ Polinom idejű algoritmust adtunk annak eldöntésére, hogy létezik-e népszerű fenyes
- ▶ Beláttuk, hogy tetszőleges részbenrendezés esetén a minimális költségű népszerű fenyes probléma NP-nehéz.
- ▶ Gyenge rangsorolások (rendezés döntetlenekkel) esetén polinom idejű algoritmust és poliéderez leírást adtunk a minimális költségű népszerű fenyes problémára.
- ▶ Definiáltuk a népszerűtlenségi rés fogalmát. Beláttuk, hogy tetszőleges részbenrendezés esetén a minimális népszerűtlenségi résű fenyes megtalálása NP-nehéz. Gyenge rangsorolások esetén polinom idejű algoritmust adtunk minimális népszerűtlenségi résű fenyes megtalálására.

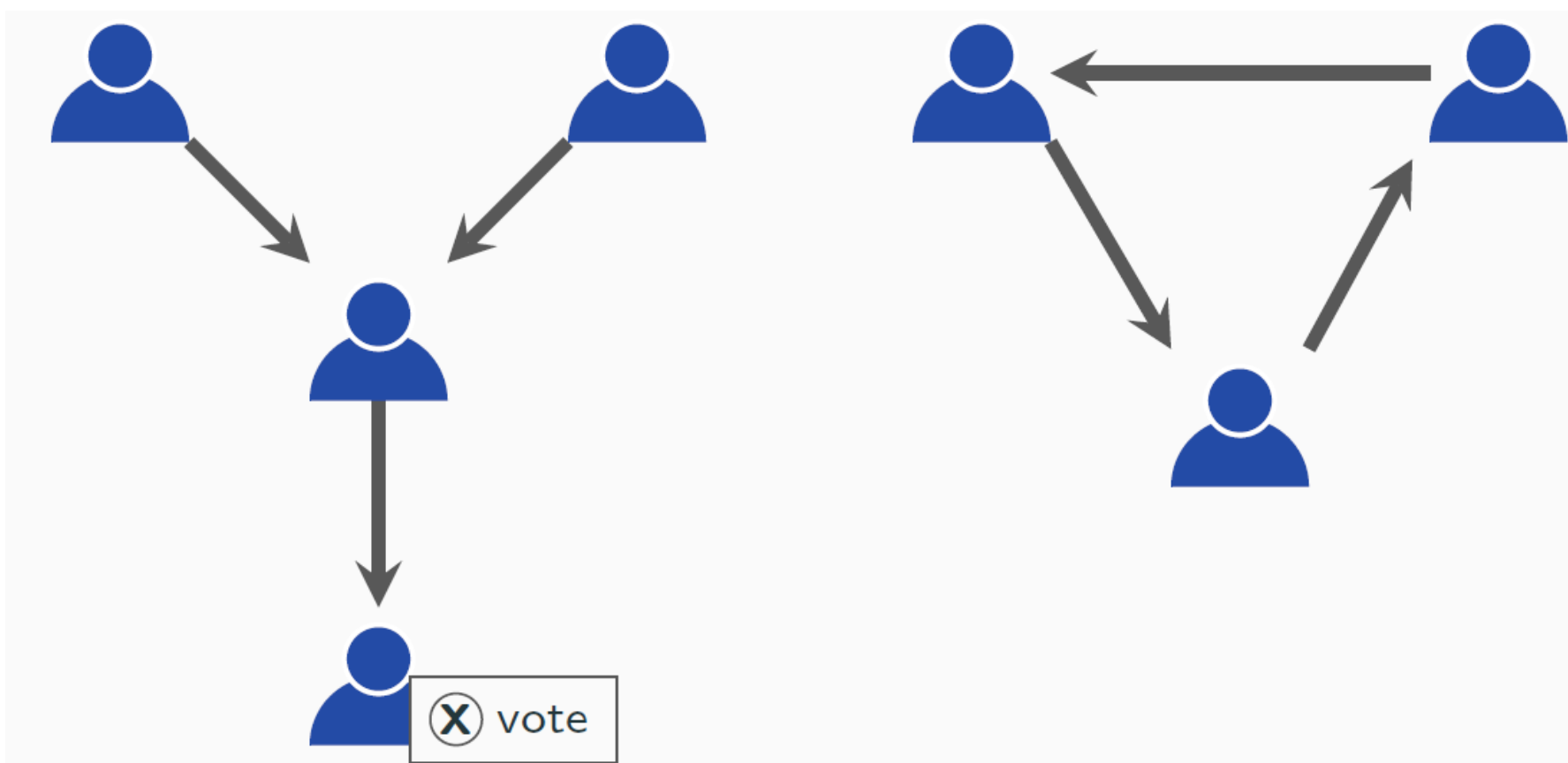
**Népszerű hozzárendelés** A témában a kutatás folyamatban van, az eredményeket nyáron kívánjuk beküldeni rangos nemzetközi konferenciára [2]. Az eddig elért eredmények:

- ▶ Polinom idejű algoritmust adtunk népszerű hozzárendelés keresésére, tetszőleges részbenrendezések esetén.
- ▶ Beláttuk, hogy a minimális költségű népszerű hozzárendelés megtalálása már rendezések esetén is NP-nehéz.
- ▶ Definiáltuk a népszerűtlenségi rés fogalmát. Beláttuk, hogy már gyenge rangsorolások esetén is a minimális népszerűtlenségi résű hozzárendelés megtalálása NP-nehéz.

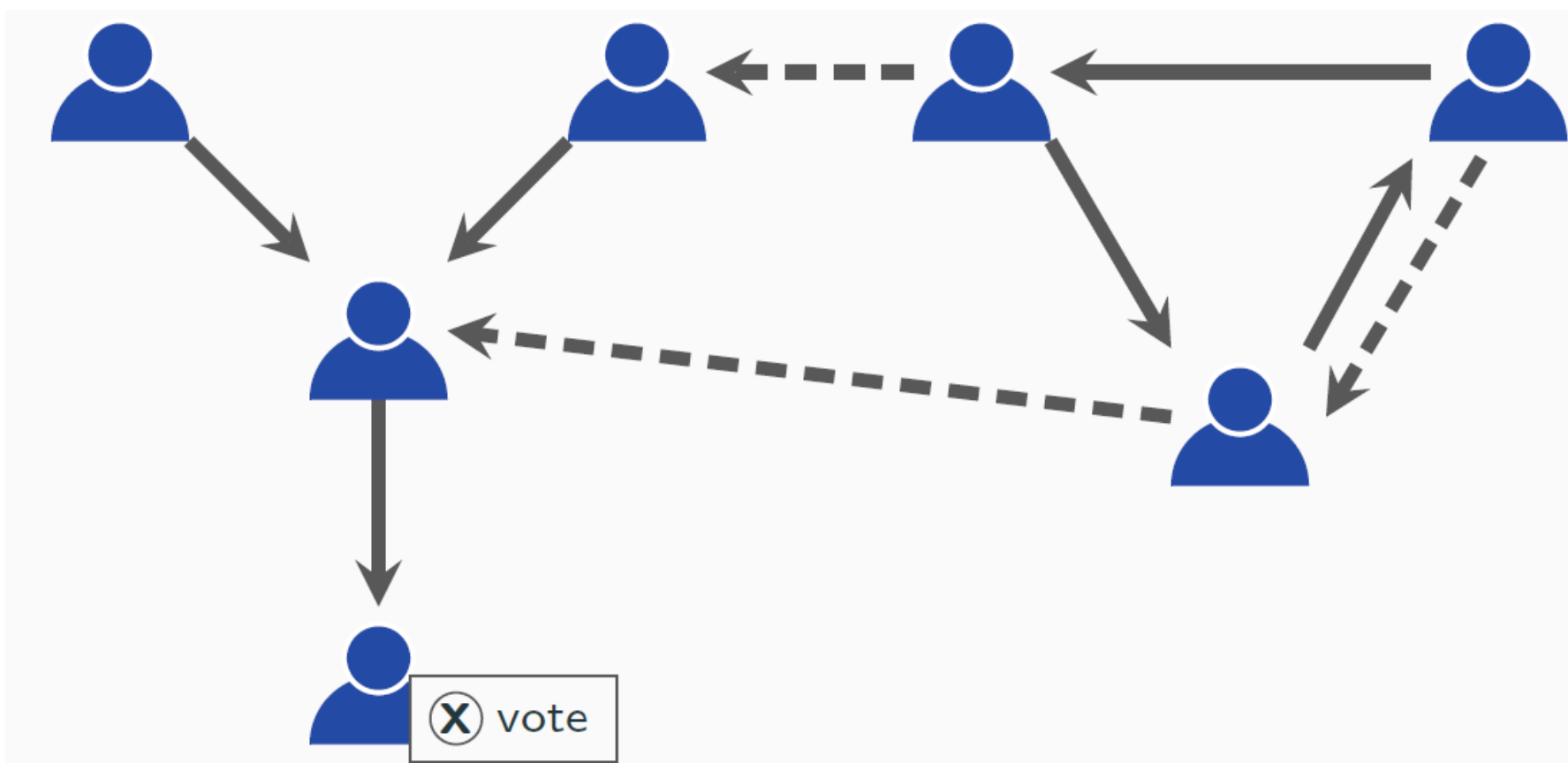
## Egyéb kutatások

- ▶ Elkészült a Per Packet Value matematikai elemzéséről szóló cikk Gombos Gergővel, Tóthmérés Lillával és Laki Sándorral, ezt beküldtük az IEEE/ACM Transactions on Networking folyóirathoz [3]. A cikkben megmutatjuk, hogy a statikus folyam modellben a PPV mechanizmus egyensúlyi állapota igazságos erőforrás-megosztást eredményez: a hasznossági függvények deriváltjaiból álló rendezett vektort lexikografikusan minimalizálja. Elemezzük azt is, hogy diszkrét dinamikus modellben hogyan viselkedik a PPV mechanizmus különböző torlódási kontrollerek mellett.
- ▶ Bérczi Kristóf, Yutaro Yamaguchi és Yu Yokoi részvételével folytattuk a gyenge orákulumos matroid metszet feladat vizsgálatát [4]. Ebben a modellben a két matroidra csak egy együttes orákulum (minimum rang, rang-összeg, vagy közös függetlenségi) áll rendelkezésre. Rang-összeg orákulumnál polinom idejű algoritmust adunk a súlyozott matroid metszet feladatra.

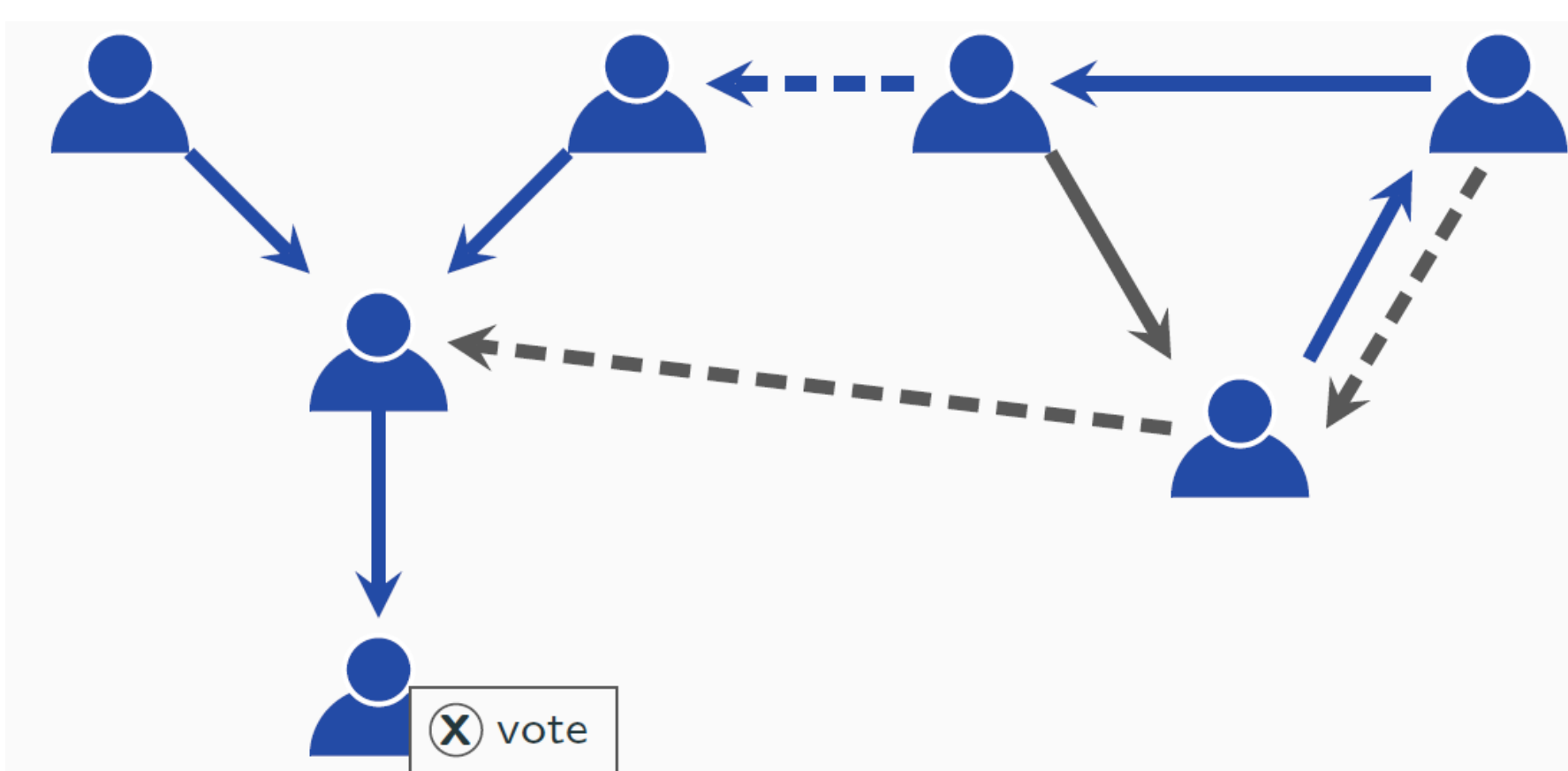
## Ábrák



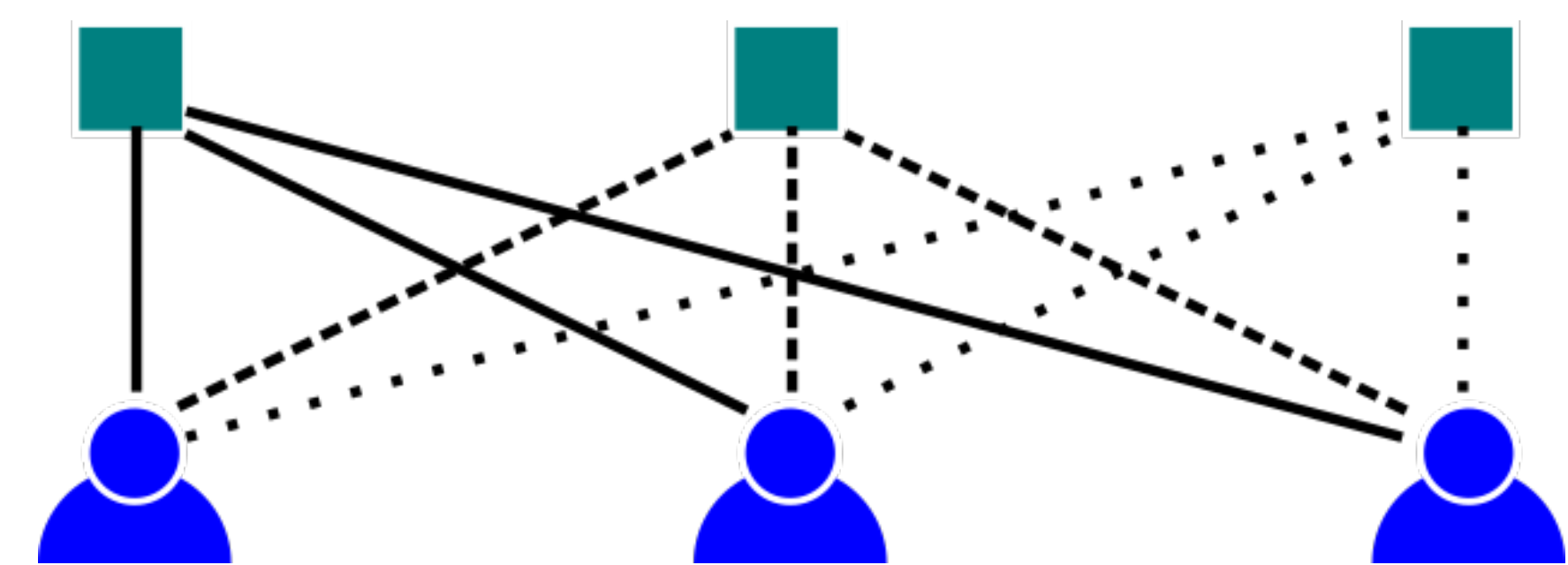
1. ábra. Körmentes delegálás, és delegálási kör



2. ábra. A lehetséges delegálások gráfja (a szaggatott élek a kevésbé preferáltak). Itt több lehetséges delegálási fenyes is létezik



3. ábra. Kékkel jelölt élek: népszerű fenyes



4. ábra. Példa ahol nincs népszerű hozzárendelés (tömör > szaggatott > pontozott)

## Publikációk

- [1] T. Kavitha, T. Király, J. Matuschke, I. Schlotter, and U. Schmidt-Kraepelin, "Popular branchings and their dual certificates," *Math. Programming*, 2021.
- [2] —, "Popular assignments," 2021, kézirat.
- [3] G. Gombos, L. Tóthmérés, T. Király, and S. Laki, "Flow fairness with core-stateless resource sharing in arbitrary topology," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2021, beküldve.
- [4] B. Kristóf, T. Király, Y. Yamaguchi, and Y. Yokoi, "The weighted matroid intersection problem under restricted oracles," 2021.