

# Matematika és optimalizáció: hatékony algoritmusok, optimalizált megoldások

---

Jordán Tibor

tanszékvezető egyetemi tanár, ELTE TTK Matematikai Intézet, Operációkutatási Tanszék

TKP Workshop, 2021. június 10.



# A Matematika és Optimalizáció Kutatócsoport

## **A kutatók**

13 kutató - az ELTE TTK Matematikai Intézet munkatársai

# A Matematika és Optimalizáció Kutatócsoport

## **A kutatók**

13 kutató - az ELTE TTK Matematikai Intézet munkatársai

## **Szakterületek**

Optimalizálás, algoritmusok, hálózatok, numerikus módszerek, differenciál egyenletek, kriptográfia, algebra

# A Matematika és Optimalizáció Kutatócsoport

## **A kutatók**

13 kutató - az ELTE TTK Matematikai Intézet munkatársai

## **Szakterületek**

Optimalizálás, algoritmusok, hálózatok, numerikus módszerek, differenciál egyenletek, kriptográfia, algebra

## **Eredmények - kivonat**

49 publikáció, 8 elnyert pályázat, 2 szakmai díj

(1) Interdiszciplináris kutatómunka és együttműködés, informatikai és matematikai megoldások ötvözése

- (1) Interdiszciplináris kutatómunka és együttműködés, informatikai és matematikai megoldások ötvözése
- (2) Az alkalmazásokban használt matematikai módszerek, eljárások továbbfejlesztése, optimalizált megoldások

# Matematikai módszerek és kutatómunka

- (1) Interdiszciplináris kutatómunka és együttműködés, informatikai és matematikai megoldások ötvözése
- (2) Az alkalmazásokban használt matematikai módszerek, eljárások továbbfejlesztése, optimalizált megoldások
- (3) Alkalmazás motivált elméleti kutatások, hatékony algoritmusok

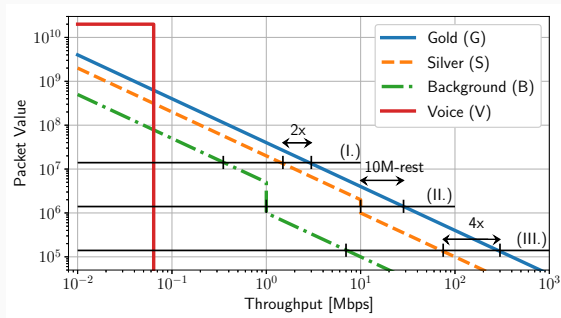


# Matematikai módszerek és kutatómunka

- (1) Interdiszciplináris kutatómunka és együttműködés, informatikai és matematikai megoldások ötvözése
- (2) Az alkalmazásokban használt matematikai módszerek, eljárások továbbfejlesztése, optimalizált megoldások
- (3) Alkalmazás motivált elméleti kutatások, hatékony algoritmusok
- (4) Elméleti eredmények potenciális alkalmazásokkal, algoritmusok elméleti háttérének feltérképezése, strukturális eredmények

# Erőforrás-megosztás nagy hálózatokban

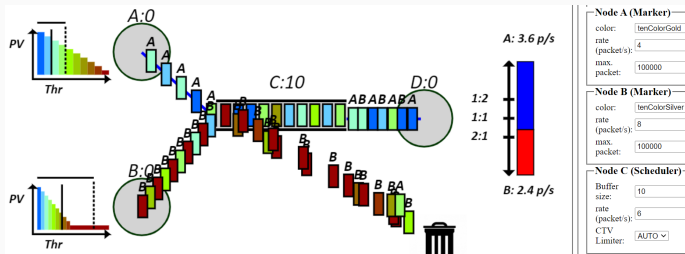
Kommunikációs hálózatokban a különböző ügyfeleknek, illetve adatfolyam-típusoknak különböző sávszélesség igénye lehet. Ez egy érték-függvénynel jellemezhető: a küldött adatmennyiség növelése mennyire növeli a "hasznot". Az adatok kis részekre bontva, csomagokban haladnak.



**Cél:** Elosztott torlódás kezelés – a csomópontok torlódás esetén a teljes hálózat állapotának ismerete nélkül döntsenek a továbbított ill. eldobott csomagokról.

# Per Packet Value (PPV) mechanizmus

- Laki Sándor és csoportja által kidolgozott torlódás kezelési mechanizmus
- A csomagokat a küldő források az érték-függvények alapján színekkel jelölik
- A csomópontok a színek alapján döntenek az eldobott csomagokról



<http://ppv.elte.hu/animation/>

A PPV mechanizmus viselkedése, hatékonysága, megbízhatósága, "igazságos" működése egy új matematika modellben (speciális hálózati folyamatok) elemezhető a hálózat bonyolultságától függetlenül. Az alábbi eredmény tetszőleges hálózatra érvényes.

## Tétel

- A PPV mechanizmusnak létezik egy egyértelmű egyensúlyi állapota a következő tulajdonságokkal:
  - Nincsenek eldobott csomagok
  - Egy ügyfél sem tudja növelni a hasznát a küldési ráta növelésével
  - Megfelelő forrás-kontrollerek esetén a mechanizmus ehhez az állapothoz konvergál.

**Terv:** További kutatási irányok általánosabb kommunikációs hálózatokra és forrás - cél párokra.

# A PPV mechanizmus igazságossága

Az egyensúlyi állapot egy jól definiált matematikai értelemben igazságosnak tekinthető.

## Tétel

- Az egyensúlyi állapot az az egyértelmű állapot, ami a hasznosságok deriváltjaiból kapott monoton csökkenő vektort lexikografikusan minimálizálja.

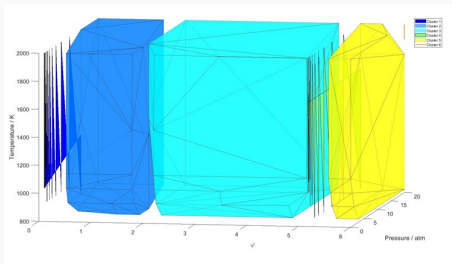
Informálisan: az ügyfelek ebben az állapotban tudnának legkevesebb extra hasznot elérni azzal, ha a sávszélességük a többiek kárára növekedne.



G. Gombos, L. Tóthmérész, T. Király, S. Laki, Flow Fairness with Core-Stateless Resource Sharing in Arbitrary Topology, 2021. Beküldve az IEEE/ACM Transactions on Networking folyóirathoz

## Reakciómechanizmusok optimalizációja

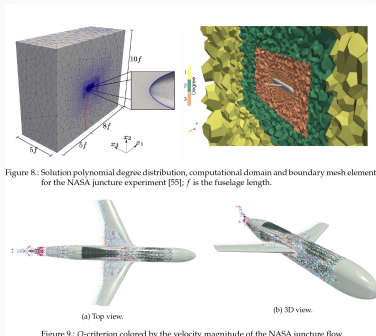
Égés-kémiai kísérletek szimulációja (láng terjedése, gyulladási idő meghatározása, robbanások) kísérletekkel és matematikai modellezéssel. Cél a kísérletek optimalizációja a matematikai eljárások fejlesztése révén.



**Figure 1:** A kísérletek ábrázolása és csoportosítása (klaszterezése) a paramétereik alapján

# Numerikus módszerek hatékonyságának és stabilitásának javítása

Légáramlás és folyadékdinamikai modellekben a differenciál egyenletek stabilabb és gyorsabb numerikus megoldása



**Figure 2: NASA junction flow**

## Modellek, algoritmusok, programcsomagok

- Új modell és gyorsabb algoritmus - a kísérletek számának csökkentése a mérési adatok klaszterezése révén.
- Hatékony és stabil numerikus módszerek, melyek szuperszámítógépes szimulációkban a korábbi eredményeknél jobban teljesítenek; új programcsomagok.



## Modellek, algoritmusok, programcsomagok

- Új modell és gyorsabb algoritmus - a kísérletek számának csökkentése a mérési adatok klaszterezése révén.
- Hatékony és stabil numerikus módszerek, melyek szuperszámítógépes szimulációkban a korábbi eredményeknél jobban teljesítenek; új programcsomagok.

**Felhasználók:** hazai és nemzetközi kutatócsoportok (ELTE TTK Reakciókinetikai Laboratórium, Sandia National Laboratory, USA), ipari partnerek (korábbi partner: Shell), programcsomagok.



I. Fekete, S. Conde, and J. N. Shadid, Embedded pairs for optimal explicit strong stability preserving Runge-Kutta methods, 2021. Benyújtva.



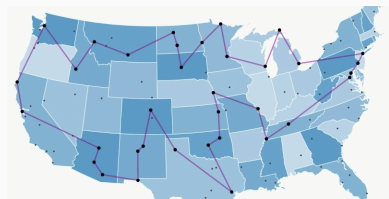
É. Valkó, M. Papp, T. Varga, I. Zsély, and T. Turányi, Design of combustion experiments using differential entropy, 2020. Benyújtva.

# Az utazó ügynök probléma modern alkalmazásai

## Utazó ügynök probléma (TSP)

**Input:** Teljes gráf  $G = (V, E)$ ,  
(metrikus) költség az éleken.

**Output:** Minimális költségű bejárás.

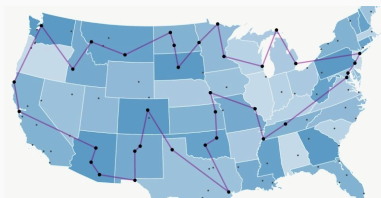


# Az utazó ügynök probléma modern alkalmazásai

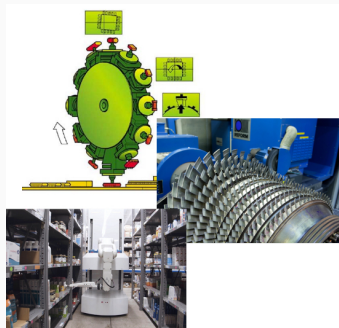
## Utazó ügynök probléma (TSP)

**Input:** Teljes gráf  $G = (V, E)$ ,  
(metrikus) költség az éleken.

**Output:** Minimális költségű bejárás.



- Közel 100 éve kutatott klasszikus optimalizálási feladat,
- Különböző változatok (metrikus/nem metrikus, szimmetrikus/aszimmetrikus, kör/út).
- Rengeteg alkalmazás, például:
  - chipek felhelyezésének ütemezése,
  - gázturbinás motorok karbantartása,
  - optimális szedési sorrend meghatározása.

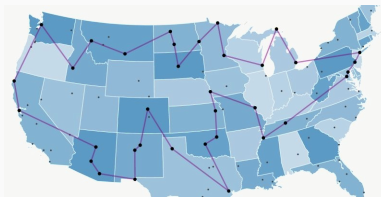


# Az utazó ügynök probléma modern alkalmazásai

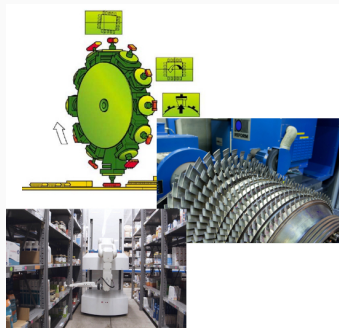
## Utazó ügynök probléma (TSP)

**Input:** Teljes gráf  $G = (V, E)$ ,  
(metrikus) költség az éleken.

**Output:** Minimális költségű bejárás.



- Közel 100 éve kutatott klasszikus optimalizálási feladat,
- Különböző változatok (metrikus/nem metrikus, szimmetrikus/aszimmetrikus, kör/út).
- Rengeteg alkalmazás, például:
  - chipek felhelyezésének ütemezése,
  - gázturbinás motorok karbantartása,
  - optimális szedési sorrend meghatározása.



A cél közelítő megoldás keresése.

# Modern változatok, kiterjesztések

A kutatás célja a probléma kétirányú általánosításának vizsgálata volt:

- egyszeri bejárás helyett **multiplicitások** a csúcsokon (Many-visits TSP),
- egy ügynök helyett **több ügynök** (Multi-agent TSP).

# Modern változatok, kiterjesztések

A kutatás célja a probléma kétirányú általánosításának vizsgálata volt:

- egyszeri bejárás helyett **multiplicitások** a csúcsokon (Many-visits TSP),
- egy ügynök helyett **több ügynök** (Multi-agent TSP).

## Motiváció:

- repülők felszállási sorrendjének meghatározása
  - 2011-ben a fel- illetve leszállási folyamatok szuboptimális szervezése miatti késések költségét 1.25 milliárd euróra becsülték Európában
- járműflották útvonaltervezése
  - az összes megtett út helyett a célfüggvény lehet a leghosszabb út minimalizálása
- nyomtatási feladatok, megleghengermű feladatainak ütemezése, stb.

## Algoritmus és Tétel

- $3/2$ -közelítő megoldást találó gyors algoritmus a **kör** Many-visits TSP feladatra.
- $3/2$ -közelítő megoldást találó gyors algoritmus az **út** Many-visits TSP feladatra.

**Új német partnerek:** TU Hamburg, Universität Augsburg, Universität Bonn

**Elnyert pályázatok:** Magyar-német (DAAD) Projektalapú Kutatócsere Program

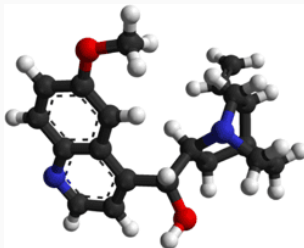
**Benyújtott pályázatok:** Lendület Pályázat, ERC Starting Grant



K. Bérczi, M. Mnich, A. Vincze, A  $3/2$ -Approximation for the Metric Many-visits Path TSP, 2021. Benyújtva.

# Molekulák térbeli szerkezetének meghatározása

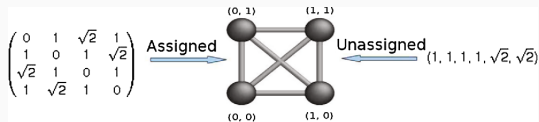
Alapkérdés: határozzuk meg egy molekula térbeli elhelyezkedését bizonyos páronkénti távolságok ismeretében.



**Figure 3:** Egy térbeli elhelyezkedés, amely teljesít bizonyos távolság feltételeket.

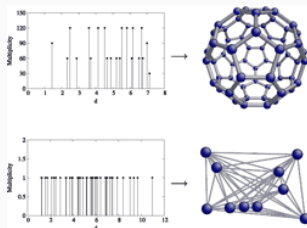


# A két modell



**Figure 4:** A címkézett és a címkézetlen eset

# A címkézetlen eset



**Figure 5:** Rekonstrukció a távolság (élhossz) számhalmazból

Billinge et al., Assigned and unassigned distance geometry: applications to biological molecules and nanostructures, *4OR* (2016).

## Tétel

- A megoldás pontosan akkor rekonstruálható egyértelműen a címkézetlen adatokból, ha egyértelműen rekonstruálható a címkézett adatokból.

## Tétel

- A megoldás pontosan akkor rekonstruálható egyértelműen a címkézetlen adatokból, ha egyértelműen rekonstruálható a címkézett adatokból.

**Új együttműködés:** School of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, USA



D. Garamvölgyi, S. Gortler, T. Jordán, Globally rigid graphs are fully reconstructible, 2021. Beküldve a *Forum of Mathematics, Sigma* folyóirathoz.

## Eredmények a 2. évben - publikációk, pályázatok

**Publikációk:** 49 publikáció (18 megjelent vagy elfogadott, 31 beküldött), a 18 fele Q1, Q2 minősítésű újságban

## Eredmények a 2. évben - publikációk, pályázatok

**Publikációk:** 49 publikáció (18 megjelent vagy elfogadott, 31 beküldött), a 18 fele Q1, Q2 minősítésű újságban

**Pályázatok:** 8 elnyert pályázat (OTKA, magyar-flamand, magyar-szlovén, TKA-DAAD, Bolyai, Bolyai+), 4 benyújtott (ERC, Lendület, OTKA)

# Díjak, nemzetközi kapcsolatok

**Díjak:** Bolyai Plakett, Farkas Gyula emlékdíj

# Díjak, nemzetközi kapcsolatok

**Díjak:** Bolyai Plakett, Farkas Gyula emlékdíj

**Nemzetközi együttműködések:** Német, svéd, amerikai és más egyetemek, kutatócsoportok. Közös nemzetközi pályázatok.



# Díjak, nemzetközi kapcsolatok

**Díjak:** Bolyai Plakett, Farkas Gyula emlékdíj

**Nemzetközi együttműködések:** Német, svéd, amerikai és más egyetemek, kutatócsoportok. Közös nemzetközi pályázatok.

**Kutatói utánpótlás:** Fiatal kutatók bevonása (8 adjunktus), új kutatói állások, habilitáció.

Köszönöm a figyelmet.

email: `tibor.jordan at ttk.elte.hu`

