

Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Informatikai Kar

# E-learning eszközök alkalmazása a matematikai logika oktatásában

Habilitációs tézisek

Dr. Bakó Mária

2020

# Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés.....	1
2.	Elméleti háttér .....	3
3.	Szakértői rendszerek oktatása .....	7
3.1.	Tananyag készítés .....	8
3.2.	Játékok alkalmazása az oktatásban .....	10
3.3.	Logikai következmény Excel-t használva .....	13
4.	A logika és számítástudomány alapjainak oktatása .....	14
4.1.	Tesztek generálása .....	15
4.2.	A tesztfeladatok csoportosítása a MATH taxonómia szerint.....	16
4.3.	A gyakorló- és vizsgateszten elért eredmények összehasonlítása .....	22
4.4.	Hallgatói attitűd vizsgálata .....	24
5.	Mindmap, E-book.....	27
6.	Összefoglalás.....	29
	Irodalomjegyzék.....	31
	Függelék.....	34

# 1. Bevezetés

A dolgozat célja a szerzőnek a PhD fokozat megszerzését követően elért tudományos eredményeinek rövid összefoglalása, tézislevele.

A PhD megszerzése után a kutatásaim alapvetően két irányt követtek. Az egyik az a didaktikai vonal, a másik pedig – melyet személyes ismeretség révén kaptam a kolozsvári fizikus közösségtől – egy egyszerűen megfogalmazható, ám valójában NP-nehéz feladat. Ez utóbbinál gyakorlati alkalmazások szempontjából azonban fontos lenne minél gyorsabban, minél jobb (közelítő) megoldást kapni.

A szerteágazó témák, valamint a terjedelmi korlátok miatt jelen dolgozatban csak a didaktikai kutatásaim, és ezen belül a matematikai logika oktatásával kapcsolatos eredményeimet mutatom be. Az eredményeket szerzőtársaimmal közösen dolgoztuk ki, majd az [1-9] publikációkban tettük közzé.

A mai diákok – kezdve az óvodától a felsőoktatásig – a Z generációhoz tartoznak, és digitális bennszülötteknek (digital natives) számítanak, akik már egy digitális világba születtek bele, mely óhatatlanul hatást gyakorolt a mindennapi életükre [10-12]. Ennek ellenére számos nemzetközi vizsgálat feltárta, hogy nem minden diák képes egyformán magas szinten boldogulni a különböző technológiai alkalmazásokkal [13-16]. Az empirikus bizonyítékok megcáfolták azt a feltételezést, mely szerint a digitális korszakba született diákok – a technológia-gazdag környezetnek köszönhetően – előnyösen ki tudják használni a technológia nyújtotta lehetőségeket, és egyformán magas szinten képesek boldogulni a különböző technológiai alkalmazásokkal [13-15].

A technológiák robbanásszerű fejlődése elérte az oktatást is, megjelentek azok az elektronikus csatornák illetve informatikai rendszerek, melyek jelentősen felgyorsították, és egyszerűbbé tették az oktatók és a diákok, illetve a diákok egymás közti kommunikációját. Elterjedtek azok a szoftverek is, melyek direkt az oktatás igényeinek kielégítésére jöttek létre, és melyekre jelenleg Learning Management System (röviden LMS) néven hivatkozunk. A legélesebb igény ilyen rendszerekre a távoktatásban volt, de más oktatási formák is hasznosítani tudják az ilyen rendszerek szolgáltatásait. Az LMS rendszerek elterjedése egybeesett a magyar egyetemi képzés tömegképzéssé válásával, amikor is igen nagy számban, és igen eltérő tudásszinttel rendelkező hallgatókkal kellett dolgozniuk az oktatóknak. Ez értelemszerűen jelentős reformokat kényszerített ki a felsőoktatásban, és ez lehetővé tette az új módszerek mellett az új eszközök bevezetését is.

Az LMS-eknek széleskörű felhasználási lehetősége van a kurzus tartalmának megosztásától, diákok munkájának feltöltésétől kezdve, lehetőségünk van rövid tesztek vagy online vizsgák készítésére is, és kommunikációs környezetnek is használhatjuk. Sőt lehetőségünk van a differenciált oktatás megteremtésére, a szintre hozó, vagy éppen önálló kutatási irányokat megjelenítő segédletek elhelyezésére, melyet a diákok tudásuknak megfelelően opcionálisan használhatnak fel. Viszont ezek mind csak lehetőségek, melyeket úgy kell kihasználnunk, hogy azokból a diákok is profitáljanak.

Ezért érdemes felidézni a tanulás és elfogadás elméleti hátterét, hogy mind az a munka, melyet az LMS használatába befektetünk, az érdemben hasznosuljon. Az második fejezet ezt a hátteret mutatja be, ismerteti a legfontosabb fogalmait, melyet felhasználtunk az eredményességünk visszamérésekor.

A Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Karán a Moodle már 2008-ban megjelent az oktatásban, míg a közös, a Debreceni Egyetem egészére kiterjedő rendszer csak 2015-ben került kialakításra. A Gazdaságtudományi Karon oktatók között a Moodle használata nagyon gyorsan elterjedt, ám a Pareto-szabálynak megfelelően az oktatók többsége csupán pár eszközt használ a meglévők közül, ez rendszerint oktatói prezentációk és jegyzetek megosztására illetve a diákok beadandóinak összegyűjtésére korlátozódik.

2010-ben – mikor megkaptam a *Szakértői rendszerek* tantárgy oktatását – szembesültem azzal a ténnyel, hogy a képzéseink során diákjaink oktatásából kimaradt a matematikai logika, és középiskolából hozott tudásuk nem elegendő ahhoz, hogy erre építhessük a tárgy tematikájában szereplő Prolog illetve Clips programnyelvek oktatását. Ekkor gondoltunk arra, hogy – kihasználva a Moodle nyújtotta lehetőségeket –, a kurzus elején egy e-learning tananyag segítségével gyorsan megpróbáljuk pótolni a diákjaink számára nélkülözhetetlen logikai alapfogalmakat. Annak illusztrálására, hogy a logikának, illetve a logikus gondolkodásnak gyakorlati haszna is van, a *logikai rács* illetve az *Einstein fejtörője* jellegű online logikai játékokat bevontuk az oktatásba, majd rámutattunk a megismert fogalmak itteni megjelenésére. Noha a logika mára szerteágazó tudománnyá vált, és különböző szinteken igen sok részterületét oktatják, mi a céljainknak megfelelően a precíz érveléshez szükséges alapfogalmak megismertetésére helyeztük a hangsúlyt, a matematikai logika jelölésrendszerét használva. Nem véletlen, hogy a joghallgatók az ókor óta napjainkig tanulnak logikát, és sok más szak tantervében szerepel a logika valamelyik ága. A harmadik fejezetben mutatjuk be, hogy ezt a logikai bevezetést hogyan is építettem fel.

A tananyag elkészítésekor illetve kísérletek elvégzésekor a következő két hipotézist fogalmaztam meg:

1. *A diákok többsége szeretne egy általunk elkészített e-learning tananyaghoz hasonlót használni az oktatásban, egy ilyen elemekkel kombinált órát rugalmasabbnak, színesebbnek tartanak, de továbbra is szükségük van az osztálytermi előadásokra, a tanár magyarázatával.*
2. *A játék alapú tanulás megkönnyíti a – Prolog nyelv alapjainak elsajátításához szükséges – logikai következmény fogalmának megértését.*

Egy új eszköz bevezetése hatással lehet a megszokott munkafolyamatainkra. Bár Magyarországon a több választ tartalmazó tesztek (angolul multiple-choice question, vagy röviden MCQ) sok helyen előfordultak (nyelvvizsgák, matematika versenyek, stb.), az egyetemi vizsgáztatásban korábban inkább a tételek kidolgozása, vagy esszékérdések megválaszolása volt az általános. Igaz, nagy létszámú vizsgáztatásnál kényelmi szempontokból papíralapú, ám gépi feldolgozású, csak MCQ kérdéseket tartalmazó feladatsorok több mint egy évtizede is voltak a Debreceni Egyetemen. Viszont az LMS

rendszerek általánossá válása nagyban segítette az MCQ elterjedését, mint a hagyományos értékelési módszerek kiegészítése vagy akár helyettesítése. Egyes kutatók nem támogatják az MCQ-k használatát, azzal érvelve, hogy a memorizálást és a lexikális tudás elsajátítását segítik elő, és nem ösztönzik (vagy tesztelik) a magas szintű kognitív folyamatokat [17, 18]. Más kutatók azonban azt állítják, hogy ez attól függ, hogy a tesztek milyenek, ugyanis megfelelő tesztekkel magasabb kognitív szinteken történő tanulás értékelése is lehetséges [19, 20].

A Debreceni Egyetem Informatika Karán az egyetemi Moodle szerverek beállításával jelent meg szélesebb körben az LMS. Figyelembe véve a magas hallgatói létszámot és azt, hogy a bevezető logikai ismereteket tartalmazó vizsga teljesítésének eredményessége nagyon alacsony volt, a korábbi papíralapú vizsgáztatást számítógépes számonkérés váltotta fel. A Moodle bevezetésével lehetőségünk nyílt arra, hogy megpróbáljuk alkalmazni MCQ jellegű teszteket a vizsgáztatásban, illetve az erre való felkészülés során. Egy olyan kérdésbank létrehozása volt a célunk, mellyel a magasabb kognitív szinteken történő tanulás értékelése is lehetséges, és a vizsgáztatás mellett a diákok gyakorlásra is tudják használni, ám lehetőleg ne ugyanazokat a kérdéseket kapják a vizsgán, mint gyakorláskor. A negyedik fejezet mutatja be, hogy hogyan készült el ez a kérdésbank *A logika és számítástudomány alapjai* illetve *Mesterséges intelligencia alapjai* tantárgyak számára. Továbbá megvizsgáltuk, hogy *A logika és számítástudomány alapjai* tantárgy vizsgatesztje milyen fajta feladatokat tartalmaz és ezek a MATH (mathematical assessment hierarchy) taxonómia mely szintjeit fedik le, milyen eredményességgel használhatjuk ezeket a teszteket az oktatásban, illetve milyen velük kapcsolatban a hallgatói attitűd. Ebben az esetben a következő hipotéziseket fogalmaztam meg:

3. *Feladataink lefedik a MATH taxonómia A és B csoportját, így tesztjeinkkel az ezekbe a csoportokba tartozó készségek és tudás elsajátítása ellenőrizhető.*
4. *Azon diákok – akik vizsgára való felkészüléskor használták a gyakorlóteszteket – feladattípusonként hasonló eredményeket érnek el vizsgán, mint gyakorláskor.*
5. *Azok a diákok akik felkészüléskor használták a gyakorlóteszteket, hasznosnak, könnyen használhatónak ítélik őket és irányukba pozitív attitűddel rendelkeznek.*

Az ötödik fejezet két további eszközt mutat be, melyek megkönnyíthetik a logika alapfogalmainak, összefüggéseinek elsajátítását.

## 2. Elméleti háttér

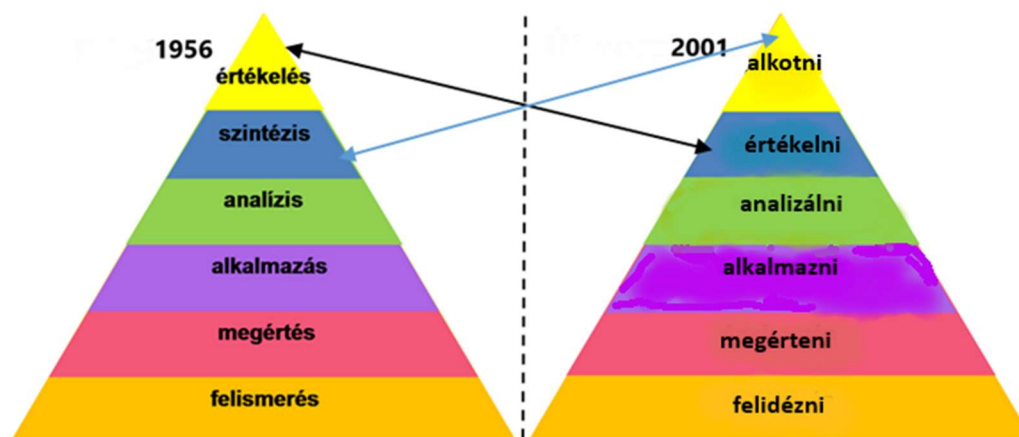
Az oktatásának az lenne a lényege, hogy diákok megértsék a tananyagot és a későbbiekben fel tudják használni a megtanultakat. Ez különösen igaz a logika esetében, ahol a tananyag megértése nélkül nem láthatjuk az összefüggéseket és a későbbiekben az erre épülő újabb tananyagot nem leszünk képesek átlátni. A bevezető logika kurzusunk esetén – ami egy alapoató tárgy – igen csekély a teljesítési arány, mert a diákok rendszerint csak „bemagolják” az egyes definíciókat, megoldási módszereket, de valójában nem

értik, hogy mi miért is történik, így amikor nem felidézni, hanem valójában alkalmazni kellene a tanultakat, az már nem sikerül.

Az évek során az oktatók felismerték ezt a problémát, és többféle módszer segítségével próbálták elősegíteni a tananyag megértését. Sokan próbálkoztak a tanítási stílusuk megváltoztatásával, próbáltak érthetőbben, kevésbé elvontan magyarázni, sokkal több gyakorlati példát mutatva. Jobb prezentációkat készítettek és megpróbálták mindent, ami azt feltételezi, hogy ha a matematikai logikát logikusan elmagyarázzuk, akkor a diák meg fogja érteni.

A kutatások azonban kimutatták, hogy a diákok gyakran sokkal motiváltabbak olyan tananyagok, módszerek megtanulásában, amelyek közvetlen kapcsolatban állnak a vizsgával. A vizsgához igazítják tanulási stílusukat, és megteszik azt, ami szükséges, hogy sikeresen vegyék az akadályt. Ez azt jelenti, hogy hiába változtatunk a tanítási módszereken, ha nem szentelünk elég figyelmet a vizsgáztatási módszerünknek [21]. Tehát az igazán érdekes kérdés az, hogy mit is várunk el vizsgán, azaz, hogy mit is jelent egy tény vagy fogalom ismerete. Akkor ismerem-e a fogalmat, ha el tudom mondani a definícióját, ha ellentétes jelentésű fogalmakat tudok felsorolni, vagy ha ismerem néhány szinonimáját? Az ismeretnek különböző szintjei vannak és ezeknek a szinteknek meghatározására és rendszerbe foglalására tett legismertebb rendszerezési kísérlet Bloom taxonómiája, mely a tudás különböző komplexitású szintjeit határozza meg [22]. Erre úgy is lehet tekinteni, mint egy hierarchiára, azaz egymásra épülő szintek rendszerére. Valójában egyáltalán nem biztos, hogy a modell minden ismeret esetében alkalmazható, azonban az tény, hogy Bloom taxonómiája megkerülhetetlen, ha komolyan fel akarjuk tárni a tudás rétegződését. Az 1. ábrán látható az eredeti taxonómia – melyet 1956-ban alkotott meg Bloom – és ennek Anderson és Krathwohl által 2001-ben újragondolt változata [23].

A Bloom féle taxonómiát úgy tervezték, hogy ez általános iskolákban is alkalmazható legyen. Azonban – ami a matematika oktatását illeti – a kutatások azt mutatták ki, hogy Bloom taxonómiája nem azonosítja jól a tanulási szinteket, mivel bizonyos szintjei egymástól függőnek tekinthetők [24]. Például, amikor a dolgozatban a diákoknak egy tétel bizonyítását kell leírniuk, nem tudjuk, hogy a hallgató megtanulta a bizonyítást és reprodukálja azt a memóriájából, vagy megértette az alapelveket és a hozzájuk kapcsolódó fogalmakat és ezeket felhasználva önállóan dolgozza ki a bizonyítást. Ezért Smith és munkatársai módosították a Bloom féle taxonómiát és megalkották az 1.-es táblázatban látható MATH taxonómiát (mathematical assessment hierarchy) mellyel a matematikai feladatok könnyebben csoportosíthatók [25].



1. ábra: Bloom taxonómiája<sup>1</sup>

A csoport	B csoport	C csoport
Tényszerű tudás (A1)	Információtranszfer (B1)	Indokolás és értelmezés (C1)
Megértés (A2)	Új helyzetben történő alkalmazás (B2)	Következtetések, feltevések és összehasonlítások (C2)
Az eljárások rutinos használata (A3)		Értékelés (C3)

1. táblázat: MATH taxonómia

A *tényszerű tudás* egy képlet vagy egy definíció pontos felidézését/visszaadását jelenti. A *megértés* egy képletben lévő szimbólumok jelentésének megértését, továbbá a különböző matematikai fogalmakra vonatkozó példáknak és ellenpéldáknak felismerését jelenti. Az *eljárások rutinos használata* alatt olyan algoritmusokra gondolunk, melyeket a diákok órán feladatok segítségével begyakoroltak (például másodfokú egyenlet megoldása). Az *információtranszfer* megmutatja az információ egyik formáról a másikra történő átalakításának képességét - verbálisról numerikusra, numerikusról grafikusra, stb. Az *új helyzetekben történő alkalmazások* tesztelik a megfelelő módszerek vagy információk kiválasztásának és alkalmazásának képességét új helyzetekben. A C csoport az eredmények indokolását, a különböző feltevések és következtetések összehasonlítását és az értékelést foglalja magába. [26].

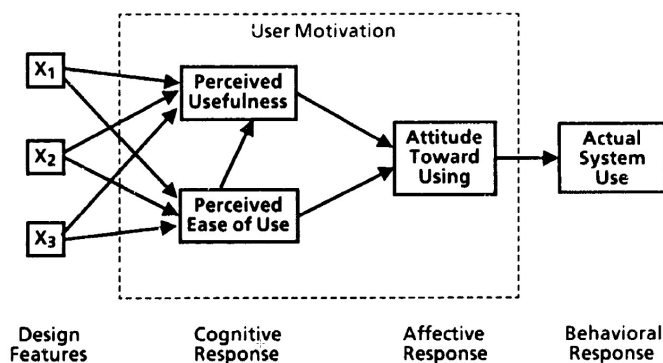
Azonban ahhoz, hogy egy tananyag elsajátítása sikeres legyen, nem elég az, hogy biztosítjuk diákjaink számára az olyan tananyagokat, módszereket, amelyek közvetlen kapcsolatban állnak a vizsgával. Hiába ügyelünk arra, hogy feladataink a különböző taxonómiák szintjeit lefedjék, figyelembe kell vennünk a tanulási környezetet is, ugyanis

<sup>1</sup> <https://thesecondprinciple.com/teaching-essentials/beyond-bloom-cognitive-taxonomy-revised/>

esetünkben a virtuális tanulási környezet elfogadása és használata a tanulás előfeltétele, hiszen a teljes tananyag beleértve a gyakorló tesztek is elektronikus formában érhető el. (A Debreceni Egyetem Informatikai Kara törekszik arra, hogy minél több tankönyv elérhető legyen ingyen, online formátumban, így biztosítva mindenki számára a hozzáférést. Ennek a törekvésnek része a kari repozitórium, a Gyires Béla Tudástár.) Ha a virtuális tanulási környezetet a diákok nem fogadják el és nem használják, akkor a tanulás kevésbé vagy egyáltalán nem lesz hatékony, hiszen akkor csak saját órai jegyzeteikre támaszkodhatnak. Ezzel a diákok megfosztják önmagukat a gyakorlási lehetőségtől, ugyanis a vizsga LMS környezetben folyik, és ha valaki nem gyakorolt hasonló környezetben, akkor a vizsgán hátrányba kerül azokkal szemben, akik otthonosan mozognak ebben.

A technológia elfogadásával kapcsolatos kutatások a szociálpszichológia szakterületéhez tartoznak és a szándék, mint a viselkedés előrejelzőjének szerepére épülnek. A technológia elfogadási modellje (angolul Technology Acceptance Model, rövidítve TAM) a legismertebb elmélet, amely képes meghatározni az egyéni felhasználók mennyire fogadják el egy adott rendszert [27]. A 2. ábrán látható modellt F. D. Davis alkotta meg 1989-ben [28]. Az ábrán szereplő fogalmak jelentése a következő:

- észlelt hasznosság (perceived usefulness) az a mérték, mely megmutatja, hogy a diákok mennyire tartják hasznosnak a tanulás szempontjából ezeket a tesztek,
- könnyű használhatóság (perceived ease of use) az a mérték, mely megmutatja, hogy a diákok szerint mennyire könnyen használhatóak a tesztek,
- a használathoz való hozzáállás (attitude toward using) a diákok hozzáállását vizsgáltuk, azaz mikor használták a tesztek illetve mennyire tartják őket hasznosnak a jobb vizsgaeredmény elérése szempontjából, és végül
- a rendszer tényleges használata (actual system use) azt mutatja, hogy az attitűd milyen mértékben realizálódott, azaz hogy milyen mértékben használták a diákok a tesztek.



**2. ábra:** Technology Acceptance Model (TAM)



Az Informatika Karon készült feladataink esetében a TAM modell alapján felmértük azt is, hogy az online gyakorló tesztek mennyire segítettek a vizsgára való felkészülésben, a tananyag elsajátításában, illetve ezen tesztek használatát mennyire találták egyszerűnek a diákok [6, 7]. Ennek a felmérésnek az eredményéről a 4.4. alfejezetben számolunk be.

### 3. Szakértői rendszerek oktatása

Amint azt a bevezetőben már említettem, a Debreceni Egyetem Gazdaságtudományi Kara (akkor még Gazdálkodástudományi és Vidékfejlesztési Kar) 2008-ban vezette be a Moodle keretrendszert. Az Informatikus és szakigazgatási agrármérnök szakos (ISZAM) hallgatóink a hatodik félévben hallgatták a Szakértői rendszerek tantárgyat. 2010-ben kaptam meg ennek a tantárgynak az oktatását és informatikus hallgatókról lévén szó arra gondoltam, hogy megismertetem őket a Prolog programozási nyelv alapjaival. A Prolog ugyanis gyakran volt eszköze a mesterséges intelligenciai kutatásoknak, és sajátos természete miatt kevésbé kell elvesznünk az implementáció részleteiben, mint egy imperatív nyelvet használva. Ezek a diákok jellemzően nem tudnak programozni, és nem akartuk elvenni az érdemi munkától az időt egy programozási nyelv és keretrendszer bemutatásával. Az SWI-Prolog egy kényelmes rendszert adott a tények és szabályok megfogalmazására, valamint a kérdések feltevésére, és nem volt szükség túl sok szintaxis ismertetésére. Ezért arra gondoltam, hogy egy kis rátekintés erre a programnyelvre, erre a rendszerre, egy, a megszokottól eltérő szemlélet megismerése a diákjaink hasznára válhat. Azonban szembesülnöm kellett azzal a ténnyel, hogy a képzésünk során diákjaink oktatásából kimaradt a logika, a középiskolából hozott tudásuk is már megfakult – ahol a logika nem is kapott különösebb szerepet –, így nem rendelkeznek elegendő tudással ahhoz, hogy erre ráépíthessük a Prolog programnyelv oktatását. Ekkor gondoltunk arra, hogy kihasználjuk a Moodle nyújtotta lehetőségeket, és egy e-learning tananyag segítségével a kurzus elején gyorsan pótoljuk a diákjaink számára nélkülözhetetlen logikai alapfogalmakat [1].

### 3.1. Tananyag készítés

Mielőtt nekifogtunk a kurzus elkészítésének, először arra kellett választ találnunk, hogy milyen formátumban és milyen eszközzel szerkesszük meg a kurzust, hogy az könnyen felhasználható legyen a Moodle-ben. Akkori Moodle ismereteink, az idő szűkössége és a gyors megvalósítás lehetősége miatt választásunk a SCORM csomagra és az eXe szerkesztőre esett.

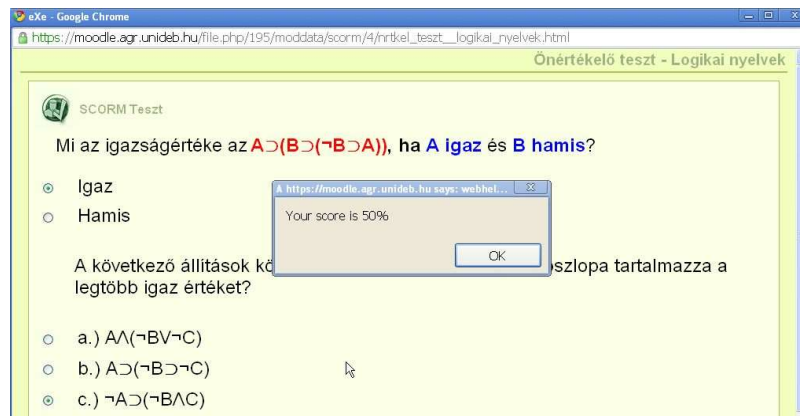


3. ábra: A Moodle kurzus nyitóoldala

Ahogy azt a 3. ábra is mutatja, a logikai alapozás során csak főbb fogalmakat akartuk tisztázni és tudományban elfoglalt helyüket megmutatni a diákok számára. A *nulladrendű logikai nyelvek* oldalon az elméleti tananyag található. Ennek az oldalnak a végén egy hivatkozás található, mely segítségével egy olyan honlapra vezéreljük a diákot, ahol a számítógép által generált formuláknak kell kitölteni az igazságtábláját [29]. A következő három teszt segítségével a diákok alaposabban elmélyíthetik tudásukat.

- Az első teszt egyszerű állítások formalizálására kétféle feladattípust tartalmaz: egy adott állításról kell eldönteni, hogy három formula közül melyik felel meg az állításnak; illetve egy adott formulát kell megfogalmazni természetes nyelven.
- A második teszt során adott interpretációban – predikátumbetűk adott értékei esetén – kell eldöntenünk, hogy a megadott formula igaz-e vagy hamis. Ebben az esetben is, a feladat helyes megoldásához a diáknak konkrétan ki kell értékelnie a formulát.
- A harmadik teszt szintén a formulák igazságértékének meghatározását gyakoroltatja be. Itt három formula esetén azt kell eldöntenünk, hogy melyik igazságtáblájának főoszlopa tartalmazza a legtöbb igaz értéket. A diáknak egy feladat megoldásához a megadott három formulát az összes interpretáció esetén kell kiértékelnie.

Ennek a modulnak a végén a 4. ábrán látható önértékelő teszt azt a célt szolgálta, hogy a diák, illetve a tanár is információt kapjon arról, hogy mennyire sikerült a diáknak elsajátítania ezt a tananyagrészt.



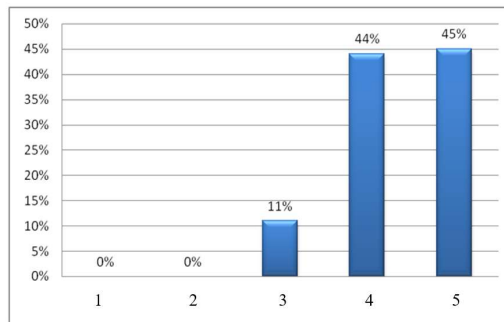
4. ábra: Önértékelő teszt részlete

Első tananyagkészítési próbálkozásunk lévén, természetesen kíváncsiak voltunk arra, hogy mi a diákok véleménye az elkészült tananyagról, illetve azt is szeretnénk volna megtudni, hogy más tantárgyak esetében szeretnék-e ilyen jellegű tananyagot használni. Hipotézisünk az volt, hogy *a diákok többsége szeretne egy ilyen e-learning tananyagot használni az oktatásban, rugalmasnak színesnek tartják, de továbbra is szükségük van az osztálytermi előadásokra a tanár magyarázatával*

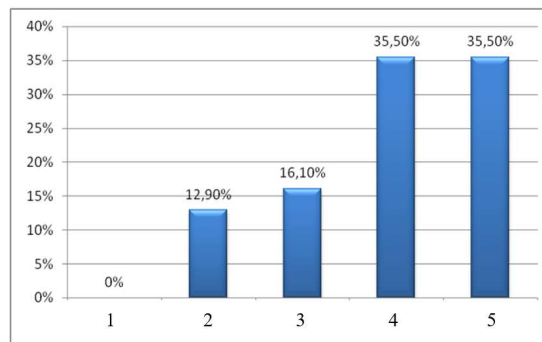
Mivel a Szakértői rendszerek tantárgyat 2011-ben csak 19 diák vette fel, úgy döntöttünk, hogy más szakos hallgatókkal kipróbáltatjuk a tananyagot. Ők egy dupla tanórát kaptak a tananyag kipróbálására és a kérdőív kitöltésére. A kérdőívek kiértékelése során arra a következtetésre jutottunk, hogy nincs szignifikáns különbség az ISZAM-os hallgatók és a többi diák válasza között, ezért a kérdőíveket együtt dolgoztuk fel. Összesen 118 diákot kérdeztünk meg. Az alkérdésekkel együtt összesen 6 kérdést tettünk fel.

Összegezve a kérdéseinkre kapott válaszokat, arra a következtetésre jutottunk, hogy diákjainkat 92%-a szeretne ilyen típusú tananyagot használni, jobban motiválná őket egyéb tantárgyak elsajátításánál is. Szívesen használnának hasonló tananyagokat matematikából, statisztikából, pénzügyből, mikro-ökonómiából, míg 23 százalékuk pedig minden tantárgyból.

5 pontos Likert skálán kértük, hogy értékeljék azt, hogy mennyire tartják rugalmasnak a kipróbált e-learning tananyagot, illetve hogy szerintük hangulatosabb és színesebb-e egy ilyen e-learning anyag alapuló kurzust, mint egy hagyományos kurzus.



**5. ábra:** Véleményed szerint, mennyire rugalmas ez ilyen e-learning tananyag?



**6. ábra:** Hangulatosabb és színeesebb-e egy ilyen e-learning tananyagon alapuló óra, mint egy hagyományos

Amint az 5. és a 6. ábrán is látszik, megkérdezett diákjaink 71 százaléka színeesebbnek, míg 89 százalékuk pedig rugalmasabbnak tart egy e-learning tananyagot felhasználó órát, mint egy hagyományos előadást.

Diákjaink alig 35%-a gondolta úgy, hogy vannak hátrányai egy ilyen tananyagnak, ők általában a tanári magyarázatot hiányolták. A „Milyen formában szeretné elsajátítani a tananyagot?” kérdésre a diákok 81%-a válaszolta azt, hogy hagyományos tantermi előadás és e-learning tananyag segítségével. *Ezek a válaszok egyértelműen igazolják első hipotézisünket* és továbbá még azt is mutatják, hogy annak ellenére, hogy ez a korosztály még nem tartozik szigorúan véve a Z-generációba, a rohamos technikai fejlődéshez már hozzászokott és igényli az elektronikusan támogatott oktatást [1].

### 3.2. Játékok alkalmazása az oktatásban

A logika alapjainak elsajátítása után, diákjaink megismerkedtek a Prolog nyelv elsajátításához szükséges leglényegesebb dologgal, a logikai következmény fogalmával, ami egyébként egyben a logika legfontosabb fogalma is. Az évek hosszú során keresztül azt tapasztaltuk, hogy tanári magyarázattal és táblánál történő gyakorlással diákjaink képesek ugyan megoldani a feladatokat, ezt azonban mechanikusan teszik, és nem veszik észre az összefüggést a mindennapokban használt racionális gondolatmenet és a logikai következmény fogalma között.

A játék alapú tanulás (angolul game based learning, vagy röviden GBL) napjainkban reneszánszát éli és számos kezdeményezés született már, mely a digitális játékok bevezetésével szeretné megkönnyíteni a tanulási folyamatot. Sok kutatás ki is

mutatta, hogy a számítógépes játékokat kognitív eszközként lehet használni a tanuláshoz [30, 31, 32, 33]. A játékok oktatási folyamatba történő bevonásával, megköveteljük a diákoktól, hogy aktív résztvevői legyenek az órának, ellentétben a hagyományos órateressel, amikor a tanár elmagyarázza az anyagot a diákok pedig hallgatják. Tehát a GBL aktív tanulást biztosíthat [34, 35, 36]. Mivel már voltak próbálkozásaink [37, 38, 39] arra, hogy számítógépes játékok és logikai fejtörők segítségével próbáljunk úgy tanítani a logikát, hogy ez a diákok meglévő logikus gondolkodására épüljön, visszatértünk ehhez a vonalhoz és arra próbáltunk meg törekedni, hogy a logikai rács illetve az Einstein fejtörője jellegű online logikai játékok segítségével erősítsük a logikai következmény fogalmának elmélyítését, megértését [2]. Hipotézisünk az volt, hogy *a játék alapú tanulás megkönnyíti a – Prolog nyelv alapjainak elsajátításához szükséges – logikai következmény fogalmának megértését*. Kísérletünk eredményességét ellenőrzendő két játék megoldásának egy-egy részletét papíron kértük leírni.

A Szakértői rendszerek tantárgynak óraszama heti 1 előadás és 2 gyakorlat. A kísérletre egy alkalmat azaz, 150 percet szántunk. A kísérletet 2017-es tanévben végeztük először. Azóta összesen 52 (20+15+17) diák vette fel a tantárgyat, és ebből 47-en vettek részt a kísérletben.

Kísérletünkben a Logikai rács és az Einstein fejtörője jellegű Zebra rejtvényeket használtuk, melyek ingyenesen elérhetőek a <https://www.brainzilla.com/> oldalon. Annak ellenére, hogy a játékok nyelve angol – az állítások egyszerűsége miatt – diákjainknak a feladatok megoldása során ez semmilyen problémát nem okozott.

Mindkét játéktípus esetében a kísérlet mente hasonló volt. Először közösen megoldottuk az oldalon található legegyszerűbb játékot. Minden esetben arra figyeltünk, hogy játék közben kihangsúlyozzuk a logikai alapfogalmakat. Mivel kategóriájukban ezek a legegyszerűbb játékokat voltak, a megoldásuk senkinek nem okozott problémát; így oda tudtunk figyelni a logikai fogalmak nevének konkrét használatára a válaszok megfogalmazása során. A logikai rács típusú játék bemutatása után diákjaink 35 percet kaptak az oldalon található tetszőleges *logikai rács* típusú rejtvények megoldására. Majd ezek után arra kértük őket, hogy a *Hangszerek* rejtvény egy részletét papíron oldják meg. Kíváncsiak voltunk a gondolkodás menetére és arra, hogy tudják-e, használni az *és*, *vagy*, *következik*, *logikai következmény* szavakat. Ennek leírására tizenöt percet kaptak.

A Zebra típusú rejtvények esetében is hasonlóan jártunk el. Közösen megoldottuk a legegyszerűbb feladatot, ami után 50 percet kaptak különböző Zebra típusú rejtvények megoldására. Az előző feladathoz hasonlóan itt azt kértük, hogy papíron magyarázzák el az Einstein rejtvény kezdő lépéseit. Ennek leírására is tizenöt percet kaptak.

Mindkét rejtvény esetében a diákok válaszait három kategóriába tudtuk besorolni. Nevezzük ezeket a kategóriákat *A*, *B* és *C*-nek! Az *A* kategóriába tartozó hallgatók megpróbálták a rejtvény állításainak logikai sorrendjét felállítani és ezekből levonni a megfelelő következtetéseket. és törekedtek a logikai kifejezések használatára.

A *B* kategóriába tartozó megoldások is az *A* kategóriába tartozó válaszokhoz hasonlóan voltak felépítve, de ők pontokba szedték okfejtésüket. A megoldás így jobban

átláthatóvá vált; azonban ők csak a logikai rács esetében használták az *ebből következik* kifejezést, az Einstein rejtvény megoldásának esetében azonban csak az *ezért* és *így* szavak szerepeltek.

A C kategóriába tartozó hallgatók is képesek voltak megadni a helyes választ, de érvelésük sántított, az állítások azonban nem követték egymást logikai sorrendben. A válaszok azt az érzést keltették bennünk, hogy a diákok ugyan képesek megoldani a rejtvényt, azonban képtelenek elmagyarázni azt, hogy hogyan jutott el ideig.

Kísérletünket egy kérdőívvel zártuk, melyben megkérdeztük diákjainkat, hogy véleményük szerint ezek a játékok segítenek-e jobban megérteni azt, hogy mikor logikai következménye egy állítás több másik állításnak.

A kísérletben résztvevő diákjaink 100%-a igennel válaszolt erre a kérdésre és mindenki indokolta is választát.

Nézzünk néhány választ:

- *Jobban átlátható, hogy melyik állítás melyiket zárja ki.*
- *Igen, mert láthatjuk, mikor ütközünk ellentmondásba és átláthatóbbak a dolgok, mint a füzetbe leírva. Ráadásul fejleszti a logikánkat is és sikerélményt okoz, ha jó a megoldás.*
- *Igen, mert játék segítségével könnyebb megérteni, játékos, színes, érdekes, figyelem felkeltő, ösztönöz a gondolkodásra.*
- *Azért mert logikai gondolkodásra ösztönöz, saját magunknak kell rájönni a logikai kapcsolatokra, amit nem biztos, hogy megértenénk másképp.*
- *Ahogy Albert Einstein mondta: A játék a kutatás legjobb módja. Interaktívan jobban látszik, hogy melyik állítást használtuk már, illetve ha valamit elrontunk, könnyen tudjuk javítani.*

Kísérlet közben megfigyeltük diákjaink viselkedését és válaszaikat észrevételeink is alátámasztják. A diákok a kísérlet alatt tényleg a fejtörők megoldásával foglalkoztak, nem a telefonjukat nyomkodták és nem a Facebook-al voltak elfoglalva. Valójában érdekelte őket a válasz, és ha sikerült egy fejtörőt megoldaniuk, akkor nekikezdték a következőnek. Versenyeztek egymással, hogy ki a gyorsabb, kinek sikerül hamarabb megoldani a rejtvényt. Mivel a *Brainzilla* oldalon a gép nem segít, ha az ember elakad a megoldásban, csak a tanár és egymás segítségére számíthattak. Egyértelműen látszott, hogy kikerültek a megszokott mechanikus gyakorlásos órai környezetből és egy érdekes, versenyszerű környezetbe ültetve a tanulás szórakoztatóbb volt [2].

Ami a tanulási eredményeit illeti, azt tapasztaltuk, hogy ezek a diákok a későbbiekben könnyebben boldogultak a logikai következményekkel, az egyszerűbb predikátumok megírása Prologban kevesebb gondot okozott és vizsgaeredményeik is javultak az előző évfolyamokhoz képest. *A diákok válaszait és a tanulási eredmények javulását figyelembe véve második hipotézisünket igazoltnak tekintjük.*

### 3.3. Logikai következmény Excel-t használva

A logikai következmény fogalmának összekötése a mindennapokban használt racionális gondolkodással csak az első lépést képezi, azonban ahhoz hogy bebizonyítsuk, hogy egy állítás több másik állítás logikai következménye a természetes nyelven írott állításainkat formalizálnunk kell. Formalizálás után több módszerünk van ennek bizonyításra, azonban egyszerűsége miatt, diákjaink számára, az igazságtábla segítségével történő bizonyítás a legkedveltebb. Azonban ha nagyon nagy igazságtáblát kell készítenünk papíron, elveszünk a részletekben és óriási a hibázás lehetősége. Egy 8 soros igazságtáblát még elkészítünk kézzel, de ennél nagyobbakat nem szoktunk bevállalni. Mivel a GTK-n az Excel táblázatkezelő oktatására nagy hangsúlyt fektetünk, szokatlan módszerhez nyúltunk és segítségül hívtuk a táblázatkezelőt, hogy megmutassuk diákjainknak, hogy ennek segítségével hogyan készíthető el egy igazságtábla, és hogyan lehet meghatározni azt, hogy egy adott állítás több másik állítás logikai következménye [3]. Itt meg kell jegyeznünk, azt, hogy ennek a módszernek az ismertetésére egy gyakorlatot (2 tanóra) szántunk, azonban a kísérletről kérdőíves felmérés nem történt. Ami az órai megfigyelést illeti, azt kell mondanunk, hogy diákok meglepődtek azon, hogy az Excel ilyesmire is felhasználható; érdekesnek találták, azonban ahhoz túl bonyolultnak, hogy Excel segítségével akarjanak egy ilyen feladatot megoldani.

Az Excel a következő logikai függvényeket tartalmazza TRUE (IGAZ), FALSE (HAMIS), NOT (NEM), AND (ÉS), OR (VAGY) és IF (HA). Mivel az implikáció nem szerepel a függvények között, ezért ez nehezítheti a dolgunkat és fel kell használnunk azt, hogy  $A \supset B$  ekvivalens a  $\neg A \vee B$ -vel.

A módszer megértése végett most egy egyszerű feladatot ismertetnénk, de a függelékben bemutatjuk egy fejtörő megoldását, melyben a Smullyan könyveiből jól ismert, *lovag, lóköltő és normális* típusú rejtvény megoldását keressük [43].

Most az egyszerűség kedvéért az Excel táblázatkezelő segítségével megnézzük, hogy  $A \vee C$  logikai következménye-e az  $A \vee B$  és a  $B \vee C$  állításoknak. Mivel három predikátumbetűnk van, igazságtáblánk  $2^3=8$  soros lesz. Az A oszlopot A2-től kezdve feltöltjük a 0-tól 7-ig terjedő számsorozattal. Ennek segítségével a B, C és D oszlopokban felsoroljuk az A, B és C logikai változók összes lehetséges kombinációját. Ehhez a PÁROSE függvényt hívjuk segítségül a következő képpen: B2-be a PÁROSE(A2), C2 -be a PÁROSE(A2/2) és végül a D2 -be a PÁROSE(A2/4), függvényeket írjuk be. Ezután természetesen átmásoljuk a B2:D2 régióban található képleteket a B3:D9 régióba, és ezzel készen vagyunk az összes lehetséges kombináció felsorolásával.

	A	B	C	D	E	F	G
1		A	B	C	$A \vee B$	$B \vee C$	$A \vee C$
2	0	=PÁROSE(A2)	=PÁROSE(A2/2)	=PÁROSE(A2/4)	=VAGY(B2;C2)	=VAGY(C2;D2)	=VAGY(B2;D2)
3	1	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ
4	2	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ
5	3	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ
6	4	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ
7	5	HAMIS	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
8	6	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	IGAZ
9	7	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS

7. ábra: Igazságtábla Excelben

Az E, F és G oszlopban az  $A \vee B$ ,  $B \vee C$  és  $A \vee C$  állítások igazságértékét határozzuk meg a következőképpen: E2-be a VAGY (B2 ; C2) , az F2-be a VAGY (B2 ; D2) és végül a G2-be a VAGY (B2 ; D2) képleteket írjuk be. Természetesen az E2 : G2-t az E3 : G9-re kiterjesztve automatikusan kitöltjük az igazságtáblát.

Ahhoz, hogy meghatározzuk, hogy  $A \vee C$  logikai következménye-e az  $A \vee B$  és  $B \vee C$  állításoknak elég azt megvizsgálnunk, hogy létezik-e olyan sor, ahol az E és F oszlopokban az értékek igazak, a G oszlopban pedig hamis. Ha ugyanis találunk ilyen sort, mint például a jelen esetben, ez azt fogja jelenteni, hogy állításunk nem logikai következménye a másik két állításnak. Ebben a kis táblában könnyen megtalálhatjuk a megfelelő sort, de egy nagy igazságtáblákban az Excel szűrője segítségével ez könnyen megállapítható.

Nagyobb igazságtáblák esetében a PÁROSE függvény használata már nem lesz elegendő. Ekkor az összes eset felsorolása a MARADÉK és a PADLÓ függvény segítségével valósítható meg.

## 4. A logika és számítástudomány alapjainak oktatása

A Debreceni Egyetemen 2015-ben indult meg egy fejlesztés, melynek révén a korábbi kari Moodle szervereket kiváltandó elindult az elearning.unideb.hu (gyakorló) valamint az exam.unideb.hu (vizsgáztató) szerver.

A *logika és számítástudomány alapjai* tantárgy jellemzően a legrosszabb teljesítési mutatókkal rendelkezik az első féléves tantárgyak között, és mivel alapozó tantárgy, a nem teljesítése jelentősen visszaveti a diák előrehaladását. A tömegképzés és a sikertelenség miatt megismételt vizsgák nagy száma jelentős erőfeszítést igényelt vizsgaidőszakban a tárgy előadójától. A Moodle és az egyetemi kampuszon kialakított 150 fős számítógépes vizsgaterem lehetőséget adott a számítógépes vizsgáztatásra. Miután a diákok a vizsgához igazítják a tanulásukat [21], így a minél jobb eredmény elérése érdekében a vizsgadolgozat feladatait elérhetővé tettük a felkészüléshez is. Természetesen nem az volt a célunk, hogy a diákok megtanulják (bemagolják) az adott kérdésre adott helyes választ. Ez ellen adott típusú feladatok nagyon nagy számával védekeztünk. A kérdések és válaszok manuális összeállítása jelentős munkát igényel, különösen, ha százszámra készítenénk feladatokat minden egyes típusból. A Moodle



tesztek generálásakor a pilot projektünk a *Mesterséges intelligencia alapjai* tantárgy volt, ugyanis korábban ehhez a tárgyhöz már készítettünk hasonló tesztek. A pilot projekt programjait alkalmazásuk után újragondoltuk és újraimplementáltuk; majd ezen tapasztalatok alapján elkészítettük *A logika és számítástudomány alapjai* tantárgy tesztadatbázisát [4]. Köszönhetően annak, hogy a tantárgy igen sok algoritmust ismertet, és a feladatmegoldások során ezeket az algoritmusokat kell alkalmazni, részben lehetővé vált a feladatok és megoldásaik automatikus generálása.

## 4.1. Tesztek generálása

A mesterséges intelligencia tantárgyához készítettünk pár egyszerűbb programot Prolog-ban és Python-ban, mely a tanított algoritmusoknak megfelelően csak jó válaszokat generált. Manuálisan készítettünk rossz válaszokat, és ezeket feladattípusonként egy közös feladatfájlba gyűjtöttük. Végül egy programmal a Moodle saját XML formátumú állományokat generáltunk, melyben minden egyes feladathoz vegyesen rendeltünk jó és rossz válaszokat. Így igen sok, egymástól különböző tesztet tudtunk generálni. Ezek egy része egy gyakorló szerverre, míg a maradék a vizsgaszerverre került fel.

A logikához kapcsolódó tesztfeladatok generálásához az előadáson és gyakorlatokon ismertetett algoritmusokat implementáltuk – közel 40 darab programot készítettünk –, és véletlenszerűen kiválasztott logikai formulákra alkalmaztuk ezeket. Ezzel megkaptuk a jó válaszokat. A rossz válaszok megkonstruálása már nehezebb feladat volt. Egyes esetekben más feladatoknak jó megoldásai rossz válaszoknak tekinthetők, és így generálhatóak. Viszont voltak olyan feladattípusok is, amikor a rossz válaszokat manuálisan kellett elkészíteni. Ekkor a kérdés szövege, a jó válaszok listája, illetve a rossz válaszok és egy-egy rövid magyarázat párjainak listája egy fájlban kapott helyet, melynek végső változatát kézzel kellett elkészíteni, például megadni a magyarázatokat. Egy külön program az ilyen fájlokból már Moodle által beolvasható tesztek generált úgy, hogy minden egyes feladathoz előírt számban kiválasztott 4 választ, köztük jót és rosszat vegyesen, és minden ilyen négyesből egy tesztet készített. Minden programot duplán futtattunk le, egyik futás végeredménye a gyakorló tesztek adta, míg a másiké pedig a vizsgatesztek. Ezzel, noha a feladatok szövegei egyezhetnek, a négy válaszlehetőség nagyon kis valószínűséggel lesz ugyanaz. Emiatt reményeink szerint nem tanulhatóak be a megoldások. Rendszerint 50-100 feladatot generáltunk egy adott típusból.

Amíg csak logikai feladatokat kellett implementálni, addig a Clojure nyelvet használtuk, és a feladatfájlok a nyelv saját adatformátumában íródtak. Miután megváltozott a kurrikulum, és a számítástudományi feladatok is megjelentek, azokat már újra Python nyelven generáltuk (igaz, más módszerrel), és a feladatfájlok formátuma YAML lett. A 8. ábra mutatja, hogy ez utóbbiban (mely könnyebben átlátható fájlformátum) hogyan is néz ki egy konkrét feladat. Itt a kérdés szövegében (*question*)  $a*b$  a véletlen generált formula, ez minden egyes feladatban egy másik reguláris kifejezésre cserélődik. Az általános visszajelzés (*feedback*) manuálisan adandó meg,

illeszkedve a feladatra. A jó válaszokat a programunk generálta, konkrétan ebben az esetben akár több száz véletlen sztringre ellenőrizte, hogy illeszkedik-e a reguláris kifejezésre, vagy sem. Ennek megfelelően válogathattuk két csoportba a lehetséges válaszokat. Ha illeszkedett, akkor jó válaszok közé kerül, ha pedig nem, akkor a helytelen válaszok közé. A gyakorló diákok segítése érdekében minden egyes rossz válaszhoz egy rövid megjegyzést (*hint*) adtunk – ugyancsak manuálisan –, hogy ezek kiválasztásakor a Moodle jelezze, miért is rossz a válasz. A programjaink [github<sup>2</sup>](https://github.com/aszalos/logic-moodle) repozitóriumának *resources* alkönyvtárában találhatóak azok az adatfájlok, ahol a kérdésekhez kapcsolódóan fel vannak sorolva a helyes és helytelen válaszok is.

```
- question: "Which string match to the regular expression <i>a*b</i>?"
  feedback: "one <i>b</i> needs to follow any number of <i>a</i>s"
  good:
    - answer: ab
    - answer: aab
    - answer: b
    ...
  bad:
    - answer: ba
      hint: "needs to end with <i>b</i>"
    - answer: bab
      hint: "needs to start with <i>a</i>"
```

**8. ábra:** Feladatfájl YAML-ban

## 4.2. A tesztfeladatok csoportosítása a MATH taxonómia szerint

Egy gyakorló oktatóban ott van a kétely, hogy jól oktatja-e a diákjait, ha több évtizedes tapasztalata ellenére rossz a tantárgy teljesítésének aránya. Nem tanít-e egyoldalúan, kihasználja-e a lehetőségeit? Alapozó tárgyak esetén a kreativitásnak jellemzően kevesebb szerepe van, de nem árt, ha valamilyen formában már ez is megjelenik. Az előző fejezetben szereplő tesztek témaköreit a tantárgy témakörei, korábbi tapasztalataink, illetve a technológia korlátok határozták meg. A tesztek elkészülte után kíváncsiak voltunk, hogy a feladataink a MATH taxonómia mely csoportjába tartoznak, van-e olyan típus, melyet egyik feladatunkkal sem érintettünk [5]. Hipotézisünk az volt, hogy *feladataink lefedik a MATH taxonómia A és B csoportját, így tesztjeinkkel az ezekbe a csoportokba tartozó készségek és tudás elsajátatása ellenőrizhető*.

Az 2018/19 tanévben az e-learning rendszerbe *A logika és számítástudomány alapjai* kurzushoz 15 darab gyakorló tesztet töltöttünk fel, mindegyiket a neki megfelelő témakörhöz. A tesztekben található feladattípusok száma a témakör nagyságától függően változott, így például a *szemantikai feladatok minimálisan zárójellezett formulákkal* 15 különböző feladattípust tartalmazott, míg az automaták csak kettőt. Azonban itt meg kell jegyeznünk, hogy még az automaták esetében is – ahol csak két feladattípusunk volt –, a diák ahányszor újrazekzdte a tesztet, annyiszor kapott új feladatot, de a feladatok típusa ugyanaz maradt: azaz például minden esetben más volt az automata és természetesen mások voltak a válaszok is. Az év végi vizsgára a feladatokat egy másik szerverre

<sup>2</sup> <https://github.com/aszalos/logic-moodle>

(exam.unideb.hu) töltöttük fel, ahol a külső hozzáférés korlátozva volt, ezzel biztosítva a vizsga tisztaságát. A diákoknak a vizsgára generált teszt 33 feladatot tartalmazott. Ebből 10 elméleti kérdés volt, 23 pedig gyakorlati. A tizenöt gyakorló tesztből csak kilenc feladatai kerültek be a vizsgatesztbe, hiszen az olyan alapfogalmakat, mint a halmazok, illetve a relációk – melyeket középiskolában már tanultak, de év elején ismétlésre szorultak –, nem tettünk be a tesztbe. A *szemantikai feladatok minimálisan zárójelezett formulákkal*-ból tíz kérdés, az *elsőrendű logikából*- nyolc kérdés, az *induktív definícióból*, a *helyesen formált formulákból*, az *igazságtáblákból*, a *logikai törvényekből elsőrendben*, a *reguláris kifejezésekből*, az *automatákból* és a *Markov algoritmusból* pedig egy-egy feladat szerepelt a tesztben

A *nulladrendű logika* ismertetését a Moodle kurzusban két részre bontottuk, az első a szintaktikai ismeretekkel foglalkozik, melyhez az *Induktív definíciók* és a *Jól formált formulák* gyakorlótesztek kapcsolódnak.

Az első teszt három feladatot tartalmaz, melyek – ahogy az a 9. ábrán látható –, a nulladrendű nyelvben található induktív definíciókra kérdeznek rá. Teszik ezt olyan módon, hogy nem szó szerint kérdezik vissza az órán megtanult definíciót, hanem annak szellemében egy teljesen ismeretlen feladatra kell megtalálni a jó válaszokat. Amint az a példán is látható, arra voltunk kíváncsiak, hogy *Mely pontok részei annak az induktív függvénydefiníciónak, mely minden formula esetén megadja a formulában szereplő adott logikai konstans előfordulásainak számát?* Ilyen formában feltéve ezt a kérdést, a diák le tudja ellenőrizni, hogy megértette-e az induktív definíció lényegét, melyre a későbbiekben a programozás során a rekurzív függvények megadásakor, implementálásakor szüksége lesz. A Bloom féle (új) taxonómia szerinti első három szintet fedi le feladat, hiszen emlékeznie kell (*Felidézni*) az órán elhangzott definícióra, amit csak akkor tud új helyzetben alkalmazni (*Alkalmazni*), ha előzőleg megértette (*Megérteni*) a definíció alapját jelentő eseteket, illetve az indukciós lépéseket. A MATH taxonómia szerint ez a feladat az A2/B1 kategóriákba sorolható, ugyanis a diák előadáson megtanulta azt, hogy mi az induktív definíció és látott rá egy konkrét példát. Gyakorlaton ezt átismételték, átbeszélték és hasonló kérdésekre teljes megoldást konstruáltak. A teszt ellenőrzi a diák tudását, hogy meg tudja-e állapítani, hogy mely válaszok helyesek. Ehhez értenie kell (A2) az induktív definíció fogalmát és például halmazokra megmutatott definíció alapján kell számokra vonatkozót konstruálni. Ez pedig a MATH taxonómia B1-es szintje, azaz az *Információtranszfer*.

Mely pontok részei annak az induktív függvény definíciónak, mely minden formula esetén megadja a formulában szereplő  $\supset$  logikai konstans előfordulásainak számát?

Válasszon ki egyet vagy többet:

- ☐ a. ha  $A, B \in Form$ , akkor  $f((A \equiv B)) = \{ \equiv \} \cup f(A) \cup f(B)$
- ☐ b. ha  $A, B \in Form$ , akkor  $f((A \wedge B)) = f(A) + f(B)$
- ☐ c. ha  $A, B \in Form$ , akkor  $f((A \supset B)) = \{A, B\}$
- ☐ d. ha  $A, B \in Form$ , akkor  $f((A \vee B)) = f(A) \cup f(B)$

9. ábra: Induktív definíció tesztfeladat

A *Szintaxis – nulladrendű logika* témakör második tesztje a *jól formált formulák* melyből a vizsgatesztben szintén egy feladat szerepelt. Az aritmetikai kifejezésekhez hasonlóan a logikai formuláknak is speciális szerkezete van, melyet például induktív definíciókkal lehet megadni. A diákok az előadáson találkoztak ezzel a definícióval, és több példán keresztül megismerték egy-egy konkrét formula felépítését lépésről lépésre. Ebben a feladatban valamelyest visszafele kell haladni, részekre kell bontani a megadott formulákat, és megnézni, hogy az adott szerkezet megfelel-e a felépítésre vonatkozó szabályok valamelyikének. Jellemzően úgy rontjuk el itt a megoldásokat, hogy nem megengedett karaktereket használunk műveleti jelként (ami máshol esetleg elfogadott), vagy úgy kapcsolunk össze műveleteket, ami nem szerepel a szabályaink között. Ez az, amit fel kell fedezniük a diákoknak.

Válassza ki azokat a karaktorsorozatokat, melyek formulái annak a nulladrendű nyelvnek, ahol  $Con = \{x, y, z\}$ ! (Teljes zárójelezett alakkal dolgozunk!)

Válasszon ki egyet vagy többet:

- ☐ a.  $(z + (x + (x \& z)))$
- ☐ b.  $((((y \subset y) \wedge x) \vee y)$
- ☐ c.  $((y \wedge (z \vee y)) \equiv z)$
- ☐ d.  $(x \equiv y) \equiv (y \equiv z)$

**10. ábra:** Jól formált formulák tesztfeladat

Ez feladat a Bloom féle taxonómia szerint az *Alkalmazni*, a MATH taxonómia szerint pedig az A2/A3 kategóriákba sorolható, mert egyrészt a diáknak meg kell érteni a formula felépítésének folyamatát, másrészt ennek minden egyes lépésénél ellenőriznie kell, hogy az megfelel-e a megadott szabályainknak, vagy sem.

A tananyag harmadik témaköre a *Szemantika - nulladrendű logika* mely szintén két olyan gyakorlótesztet tartalmaz, amelyek kérdései a vizsgafeladatsorban is megtalálhatóak. A logika egyik legfontosabb fogalma a logikai következmény. Ennek megfogalmazása során előkerülnek az érvényes, kielégíthető, kielégíthetetlen, illetve modell fogalmak. Ezek mindegyike ellenőrizhető igazságtáblák segítségével. Gyakran nem ez a leggyorsabb módszer, de mivel mindenható, a diákok – optimalizálva az elsajátítandó tudás mennyiségét – jellemzően ezt a faék egyszerűségű módszert használják. Azt, hogy képesek elkészíteni egy ilyen igazságtáblát, a táblázat utolsóként elkészülő oszlopának megadásával ellenőrizhetjük (lásd 11. ábra). Habár ezzel nem szűrünk ki minden hibát (amit az igazságtáblázat másik részén vét a diák), de nagy valószínűséggel jelzi annak meglétét. A feladat megoldásához a diáknak papíron el kellett készítenie az igazságtáblát, figyelve az tábla sorainak megfelelő sorrendjére, majd a tesztbe beírni az így elkészített tábla főoszlopát. Ez a feladat MATH taxonómia szerint az A3-as kategóriába az *eljárások rutinos használatába* tartozik bele, hiszen egy ilyen feladat megoldása nem igényel mást, mint a logikai összekötőjelek igazságtáblájának ismeretét illetve a műveletek sorrendjének betartását és ezen ismeretek rutinszerű alkalmazását. Az igazságtábla elkészítésének begyakorlására a diákoknak segítségére volt még egy oktatóprogram is [29].

Mit tartalmaz a(z)  $((p \supset (q \equiv q)) \supset (q \vee p))$  igazságtáblájának a fő oszlopa az interpretációk növekvő sorrendje esetén?

Válasz:

### 11. ábra: Igazságtábla tesztfeladat

A tananyag ezen témakörébe a *Szemantikai feladatok minimálisan zárójelezett formulákkal* nevű gyakorlóteszt is beletartozik, mely annyiban különbözik az előzőektől, hogy nem 3, hanem 15 gyakorlófeladattal rendelkezik. Miután a logikai következmény a logika centrális fogalma – a programozási feladatok megoldása során, vagy a valós életben felhasznált következtetések kompetenciáit ezekkel a feladatokkal alakítjuk ki – ezért több irányból, több feladattal is megközelítjük ezt a témakört. Ennek a résznek a fontosságát jelzi, hogy a vizsgateszt 10 ilyen feladatot is tartalmaz. A gyakorlóteszt a következő kérdésköröket öleli fel: kielégíthetetlen illetve kielégíthető formulahalmaz, érvényes formula, formula illetve formulahalmaz modellje, formula illetve formulahalmaz logikai következménye. Még ehhez a részhez tartozik az itt megismert átalakítási/átírási szabályok alkalmazásával (vagy igazságtáblák segítségével) megkapott normálformák és minimális normálformák: konjunktív illetve diszjunktív normálforma, valamint Karnaugh tábla. Ezek az elektronikai áramkörök tervezésekor kapnak kiemelt szerepet, illetve különféle mesterséges intelligenciai alkalmazásokban.

A diákok dolga annyiból lett megnehezítve, hogy az aritmetikában megszokott módon a precedenciát felhasználva, a könnyebb átláthatóság kedvéért elhagytunk egyes zárójeleket. Ezért a diák első feladata ezeket mentálisan visszahelyezve megérteni, hogy milyen szerkezetű formula szerepel a feladatban, s ezután a már ismertetett módszert követve, megkapja a végeredményt. Ezért ezek a feladatok a MATH taxonómia szerint az A2/A3 kategóriába sorolhatók.

A legjobb diákok külön gyakorlati csoportban kerültek össze, és számukra alternatív módszerek is bemutatásra kerülnek, például a monoton igazságtábla kitöltése helyett ellenpélda megkonstruálása, vagy esetelemzéses következtetés. A számonkérések során a diákok bármelyik módszert használhatják. Miután teljesen automatikus a számonkérés, az oktató tudomást sem szerez arról, hogy a diák a papíron milyen módszerrel oldotta meg a feladatot, ő már csak a kiválasztott válaszokat látja. Természetesen a 15 különböző válaszlehetőség a tippelést ellehetetleníti, és a rossz válaszok csökkentik a pontszámot. A legjobb diákok az alternatív módszerekkel gyorsabban, kevesebb hibával képesek dolgozni, mint a társaik. Az alternatív módszerek közti választás miatt a normálformára alakítások és a logikai következmény feladatánál felmerülhet a MATH taxonómia B2 szintje is.

Jelölje meg a  $(q \equiv p) \supset \neg p$  formula logikai következményeit!

Válasszon ki egyet vagy többet:

☐ a.  $p \vee q \supset (q \equiv q)$

☐ b.  $(p \equiv p) \supset p \equiv p$

☐ c.  $\neg(p \wedge p \vee q)$

☐ d.  $\neg((q \wedge q) \wedge p)$

12. ábra: Logikai következmény tesztfeladat

A nulladrendű logika az informatika igen sok területén használható, de jelentős korlátai is vannak. Matematikában, mesterséges intelligenciában ezért is használjuk az elsőrendű nyelveket, ahol már megjelennek a konstansok, változók, kvantorok, tulajdonságok, relációk, függvények. Alapvetően a nulladrend (megfelelően megkonstruált) definícióit, tételeit lehet újra felsorolni, mert az alapvető fogalmak nem változnak, csak más formában fordulnak elő. Az nem fér bele a fél éves anyagba, hogy egy konkrét elsőrendű kalkulust megismertessünk a diákjainkkal, csupán a prenex alakig tudunk eljutni, ami egy normálformát jelent az elsőrendű nyelvben. Ennek kialakításához különféle ekvivalens átalakítást kell elsajátítani a diákoknak, viszont itt már megkötésekkel is találkozunk, melyhez szükséges a kötött és szabad változók fogalmának bevezetése. Amíg ez természetes nyelven viszonylag könnyen megy mindenkinek, formális eszközöket használva ez már bonyodalmakat okoz. Pedig később, a programozás során a változók láthatósága, kötöttsége ugyanerről a töről fakad.

A változók szabad és kötött voltát egyszerű induktív szabályok szabályozzák, ahogy egy változó helyettesíthetőségét, helyettesítésének eredményét, és ilyen átalakítások révén a prenex alak megalkotását is. A MATH taxonómiában ezek a feladatok az A2+A3 kategóriát kapják, mert a diáknak értelmezni kell a minimális számú zárójelet tartalmazó formulát, és amint ezzel kész, alkalmazni kell a konkrét algoritmust.

Az új képzéshez kapcsolódóan a tesztekben megjelent egy olyan feladat, ahol a kreativitás helyet kapott. Ekkor azt kellett eldönteni, hogy egy adott elsőrendű formula érvényes, vagy sem; illetve kielégíthető vagy sem. Jellemzően egy-egy ellenpéldával lehet cáfolni egy ilyen feladatot, például nem igaz, hogy *minden természetes szám páros* vagy *minden természetes szám páratlan*. Viszont az, hogy *minden természetes szám páros* vagy *páratlan*, az már érvényes. Bár elvileg van néhány alapvető tulajdonság illetve reláció, melyeket végigpróbálgatva ráakadhatunk az ellenpéldára – feltéve, ha az létezik –, diákok többsége mégis elvérzett ennél a feladatnál, mert itt nincs vezérfonál, melyet követve biztos célhoz érhetünk. A spórolás a zárójelekkel az A2 MATH taxonómiát adja, a megfelelő megközelítési módszer kiválasztása a B2-t, míg a diák által kitalált modell értékelése C1-t jelent.



Az alábbi formulák közül melyek érvényesek?

Válasszon ki egyet vagy többet:

- ☐ a. ha  $x \notin \text{FreeVar}(A)$   $A \vee \forall x P(x) \supset \forall x (A \vee P(x))$
- ☐ b. ha  $x \notin \text{FreeVar}(A)$   $(\exists x P(x) \supset A) \supset \forall x (P(x) \supset A)$
- ☐ c.  $\neg \exists x P(x) \supset \forall x \neg P(x)$
- ☐ d.  $(\forall x P(x) \equiv \forall x R(x)) \supset \forall x (P(x) \equiv R(x))$

13. ábra: Érvényes formulák

A számítástudomány megjelenése a tárgyban három apró részterületben nyilvánul meg: *reguláris kifejezések*, *véges determinisztikus automaták* és *a Markov algoritmus*. Ez utóbbinál, ha kreatív feladatot adtunk volna a diákoknak, akkor elsőrendű érvényes formuláknál is rosszabb eredményt kaptunk volna a gyakorlatok tapasztalatai alapján. Emiatt is, a Markov algoritmusra, mint egy minimális eszközrendszerű algoritmus-fogalomra tekintettünk, és ennek futását kellett követni, szimulálni. Ez a feladattípus MATH taxonómia szerint az A3-as kategóriába sorolható. A 14. ábrán látható reguláris kifejezések párba állításakor, illetve a reguláris kifejezések és automaták párba állításakor a speciális jelölések értelmezésén túl (A2) a különféle jelölésrendszerek közti átváltás (B1) után már a begyakorolt módszert lehetett alkalmazni (A3). Viszont az utóbbi párosításnál újra lehetőség volt az alternatív megoldási módszerek között választani (B2).

Párosítsa az egymással ekvivalens reguláris kifejezéseket!

$ba^*c^*b+bc^*a^*b$	Választás...
$ba^*b+a^*ba$	<div>Választás...</div> <div> <math>ba^*+aa^*b</math>  <math>bb+(baa^*(b+cc^*b))+(bcc^*(b+aa^*b))</math>  <math>a+b+(baa^*+bbb^*a)</math>  <math>((bb+(ba(\varepsilon+b))) + aa^*ba) + baaa^*b</math> </div>
$ba^*+b^*a$	
$ba^*+a^*b$	Választás...

14. ábra: Reguláris kifejezések párosítása

Természetesen a korábban ismertetett célkitűzéseknek megfelelően a definíciók helyes elsajátíttatása is céljaink között szerepelt. Ehhez a hivatalos definíciókat kiegészítettük a korábbi években a diákok által írt helytelen válaszokkal, és ezek közül kellett kiválogatni a pontos definíciókat. A 23 gyakorlati feladat mellé így került be 10 elméleti kérdés, melyek mindegyike MCQ típusú volt, így egyrészt nem kellett sokat gépelniük a diákoknak az ilyen feladatok megoldásához, másrészt automatizálható volt a javítás is. Ezekhez a feladatokhoz nem adtunk meg gyakorló tesztet, a diákok számára elérhető *kiskaté* tartalmazta az összes definíció, tétel szövegét [40]. A diáknak így nem volt más feladata, mint felidézni a tanultakat (Math taxonómia A1).

Kutatásunkban tehát megvizsgáltuk, hogy a vizsgateszt feladatai az értékelés szempontjából hogyan vannak strukturálva és megállapítottuk, hogy *harmadik hipotézisünk igazolódott*, tesztjeink a MATH taxonómia szerinti csoportosítás alapján az

A és B csoportot lefedik, illetve egy feladat esetében, amikor el kellett azt dönteni, hogy egy adott elsőrendű formula érvényes-e érintik a C1-es *Indokolás és értelmezés* kategóriát. *Ennek következtében igaz harmadik hipotézisünk azon része is, hogy ezekbe a csoportokba tartozó készségek és tudás elsajátítása ellenőrizhető.* Így akár a gyakorlótesztek, akár a vizsgateszt egy adott feladattípusának az eredményét megvizsgálva láthatjuk mely tudásszint (tényszerű tudás, a megértés, az eljárások rutinos használata, az információtranszfer vagy az új helyzetekben történő alkalmazások) elsajátítása jelentett problémát.

### 4.3. A gyakorló- és vizsgateszten elért eredmények összehasonlítása

Az elektronikus oktatási rendszerben (Neptun) a 2017/18-as tanévben feljelentkezett 150 hallgatóból 59, míg a 2018/19-es tanévben 168 diákból 82 diák vizsgázhatott a szorgalmi időszak eredményei alapján. A két félév alapján összesen 141 diák vizsga- és gyakorló tesztjeit vizsgáltuk meg. Az adatok tisztítása után 119 olyan diákunk maradt, aki használta a gyakorló teszteket és részt vett a vizsgán is. Azonban a 2016/17-es tanév után, a miniszteri rendelet alapján új képzési program született, mely a tananyag részleges változását vonta maga után ennél a tantárgynál is. Természetesen a teszteknek igazodniuk kellett a tananyaghoz, így azonban az új 2017/18-as tanévre beiratkozott hallgatók között 35 olyan előző évből sikertelen vizsgával rendelkező diák volt, aki még a 2016/17-es tanév tananyaga szerint vizsgázhatott.

Számukra a tesztben még nem szerepeltek a számítástudományhoz kapcsoló kérdések. Ennek következtében a kilenc gyakorlati tesztből csak öt eredményeit tudtuk összehasonlítani a vizsgaeredményekkel mind a 119 diák esetében. Négy feladattípus esetében csak 84 – az új vizsgarendszer szerint vizsgázott – hallgató eredményeit vehettük figyelembe [5]. Hipotézisünk minden esetben az volt, hogy *azon diákok – akik vizsgára való felkészüléskor használták a gyakorlóteszteket – feladattípusonként hasonló eredményeket érnek el vizsgán, mint gyakorláskor.*

A vizsgatesztben egy kérdés vonatkozott az *induktív definíciókra* (9. ábra). Megvizsgáltuk, hogy a 119 diák vizsgán elért eredménye, hogyan viszonyul a gyakorlások során elért átlageredményéhez. A 83 diák (69,7%) legalább olyan jó eredményt ért el vizsgán, mint gyakorláskor, 36 (30,3%) pedig rosszabbat. Diákjaink eredményei között a nagyon szélsőséges esetek is megtalálhatóak. Volt olyan diákunk, aki egyetlen egyszer csinálta meg a gyakorlótesztet és vizsgán 100%-ra teljesített, illetve olyan is, hogy 161-szer próbálkozott és vizsgán erre a feladatra mégis 0%-ot kapott.

A 10. ábrán látható *jól formált formulák* esetében is a 119 diák, gyakorló és vizsgaeredményeinek az összehasonlítása az előzőhöz hasonló eredményeket mutatott. 85 hallgató (71,4%) legalább olyan jó eredményt ért el vizsgán, mint gyakorláskor, 34 (28,6%) pedig rosszabbat. Ennél a feladathoz is volt olyan hallgató, aki egyszer gyakorolt



és a vizsgán 100%-ot teljesített, ugyanúgy mint az a hallgató, aki a legtöbbször, 35-ször próbálkozott a gyakorlóteszt megoldásával

A 11. ábrán látható *igazságtábla* típusú tesztfeladat esetében vizsgálatunk eredményei azt mutatták, hogy a 119 diákból 75-en (63,03%) legalább olyan eredményt ért el a vizsgateszten, mint gyakorlaskor, 44 (36,97%) pedig rosszabbat. Ezen teszten az eredmények egy kicsit rosszabbak, mint az előzőekben, de valószínűleg ez annak is köszönhető, hogy, ha a diák véletlenül nem megfelelő sorrendjében adta meg az eredményeket (pedig erre a vizsgán is felhívtuk a figyelmet), akkor a teszt azt nem fogadta el helyesnek, annak ellenére, hogy a papíron elkészített igazságtáblája akár helyes is lehetett. Ennél a tesztnél is volt olyan hallgató, aki egyszer gyakorolt online és a vizsgán 100%-ot teljesített, azonban jelen esetben a maximális gyakorlási számmal (55-el) rendelkező hallgató 0%-t ért el vizsgán.

A *Szemantikai feladatok minimálisan zárójelezett formulákkal* 15 gyakorlófeladattal rendelkezik. Mivel ehhez a részhez tartoznak még a normálformák, a minimális normálformák és a Karnaugh tábla is, a vizsgateszt 10 tesztfeladatot tartalmaz ebből a kategóriából.

A vizsgatesztben lévő, ide tartozó tíz feladat eredményeit érdemes együtt kezelni, hiszen a diákok túlnyomó többsége kizárólag az igazságtáblát alkalmazva oldotta meg ezeket a feladatokat. A Moodle teszt lehetővé teszi, hogy a feladatsor feladatai más és más sorrendben kerüljenek a diákok elé, és véletlen módon válogat a több tucatnyi azonos típusú feladat közül. A 119 diák, gyakorló és vizsgaeredményeinek az összehasonlítása ennél a feladattípusnál azt mutatta, hogy 98 hallgató (82,4%) legalább olyan jó eredményt ért el vizsgán, mint gyakorlaskor, 21 (17,6%) pedig rosszabbat. Az igazságtáblák használatának korlátaait jelzi az, hogy nem akadt diák, akinek mind a tíz ide tartozó feladata tökéletes lett volna (a legjobb eredmény 96,8% volt, ahol a diák 7-szer próbálkozott). A 119 diák közül csak 4 akadt, aki a tíz feladtból semmit sem teljesített.

A gyakorlóteszt 5 darab *elsőrendű logikához* kapcsolódó feladatot tartalmaz, míg a vizsgateszt hatot. Az újonnan megjelenő tesztben a formula változótisztasága a kérdés, ami lényegében összegzi az előbbi feladatokat. A 119 diákból 80 (67,2%) ért el legalább olyan jó eredményt, mint a gyakorlótesztjeinek átlaga, és 39 (32,8%) ért el rosszabbat.

Az új képzésben helyett kapott, 13. ábrán látható mintafeladathoz hasonló feladatok egy adott *elsőrendű formula érvényességére* illetve *kielégíthetőségére* kérdeznek rá. Ezt a tesztet már csak 84 diák írta meg, ebből 49 (58,3%) ért el jobb eredményt, mint a gyakorlás során és 35 (41,7%) rosszabbat.

A *Markov algoritmus* esetében, mivel a feladatot arra redukáltuk, hogy az algoritmus futását kell követni illetve szimulálni a 84 diákból 73 ért el legalább olyan eredményt vizsgán, mint a gyakorlásának átlaga, és 11 rosszabbat. A 14. ábrán bemutatott *reguláris kifejezések* párba állításakor, illetve a *reguláris kifejezések és automaták* párba állításakor a gyakorlás átlagánál jobb eredményt ért el vizsgán 66 (másik feladtnál 62), míg rosszabbat 18 (illetve 22) diák.

A Moodle-ből letöltött adatok alapján megállapíthatjuk, hogy diákjaink túlnyomó része félév közben alig használta a tesztek. Amíg a számonkérés hagyományosan papíralapú volt (esetünkben a szorgalmi időszakban), nem használták a tesztek tudásuk ellenőrzésére, megmaradnak az órai jegyzeteik, a letölthető feladatsorok és megoldásaik használatánál. Amint a gyakorlatot teljesítették, elkezdődött a vizsgára készülés. Ez megnyilvánul az eszközkészlet cseréjében is, innentől indult meg a gyakorlótesztek alkalmazása, ami egyértelműen alátámasztja azt a megállapítást, hogy a diákok a vizsgához/számonkéréshez igazítják tanulási stílusukat

A Moodle rendszerből letöltött gyakorló és vizsgaeredményeket összehasonlítva feladattípusonként megállapítottuk, hogy két teszt kivételével, a diákjaink közel 70 százaléka legalább olyan jó eredményt ért el a vizsgán, mint a gyakorlóteszteken. A legnagyobb eltérés az előbbieken említett C1-es kategóriába tartozó *érvényes formulák* feladattípusnál volt, ahol a hallgatók alig 58% ért el legalább olyan jó eredményt, mint a gyakorlás során. *Ennek következtében negyedik hipotézisiünket, mi szerint „azon diákok, akik vizsgára való felkészüléskor használták a gyakorlóteszteket feladattípusonként hasonló eredményeket érnek el vizsgán, mint gyakorláskor” részben igazoltnak tekintjük.*

#### 4.4. Hallgatói attitűd vizsgálata

*A logika és számítástudomány alapjai* és a *Mesterséges intelligencia* kurzus esetében is készítettünk egy kérdőíves felmérést. A kérdőíves megkérdezésnek több célkitűzése is volt. Szerettük volna megtudni a hallgatók véleményét a tantárgy tematikájával kapcsolatban, kíváncsiak voltunk az előadó és a gyakorlatvezetők munkájának illetve arra, hogy a röpdolgozatokra, vizsgatesztekre való felkészülés során milyen tananyagot használt. A teszt utolsó részében szereplő kérdések elsődleges célkitűzése az volt, hogy megtudjuk, hogy a TAM modell elemei szerint az online gyakorlótesztek mennyire elfogadottak diákjaink számára és mennyire segítettek őket a felkészülésben. *A logika és számítástudomány alapjai* tantárgy esetében felmérést egy papíralapú kérdőívre és az e-learning rendszerből letöltött adatokra, míg a *Mesterséges intelligencia* esetében egy online kérdőívre és a Moodle-ből összegyűjtött adatokra alapozzuk. A kérdőívet a *Logika* esetében a 2018/19-es tanév második félévének elején, míg a *Mesterséges intelligencia* esetében ennek a félévnek a végén töltötték ki a diákok. Az első felmérésben 7 kérdés vonatkozott a tantárgy online gyakorlótesztjeire. A tapasztalatok alapján azonban a második felmérés esetében bővítettük a TAM modell elemeihez kapcsolódó kérdéseink körét és így a Mesterséges intelligencia gyakorlótesztjeivel kapcsolatosan már 10 kérdést tettünk fel [6, 7].

Kiértékeléskor a TAM modell szerint próbáltuk csoportosítani kérdéseinket. A diákoknak 5 pontos Likert skálán kellett értékelni tantárgy online gyakorlótesztjeire vonatkozó azon kérdéseket melyek az észlelt hasznosság, a könnyű használhatóság, attitűd kategóriákhoz tartoztak. Ezen kérdések esetében a diákoknak volt egy hatodik válaszlehetőségük: „ha nem használta akkor a 0-t jelölje meg”. A *logika és számítástudomány alapjai* tantárgy esetében az adatok tisztítása után 61 diákunk

kérdőíves válaszait és 82 diák e-learningből letöltött adatait tudtuk elemezni, míg a Mesterséges intelligencia estében 56 diák választ tudtuk kiértékelni. A logika és számítástudomány alapjai tantárgy esetében akik nem teljesítették a vizsgára bocsájtás feltételét – egyáltalán nem használták a gyakorló teszteket. Ezek után úgy döntöttünk, hogy kizárjuk őket a vizsgálatból, hiszen hogyan tudnuk megvizsgálni, hogy mennyire szívesen használják ezeket a teszteket és a tesztek használata milyen hatással van a vizsgaeredményekre, ha egyáltalán nem használták őket. Természetesen azt is feltételezhetjük, hogy ezen diákok nem tudják elfogadni ezt a tanulási környezetet és ezért nem használták a teszteket. Azonban a tesztek használata nem volt kötelező, ez csak plusz segítséget jelentet és amint eredményeink mutatni fogják ezek használata nélkül is teljesíteni lehetett a követelményeket. Hipotézisünk az volt, hogy *azok a diákok – akik felkészüléskor használták a gyakorlóteszteket –, hasznosnak, könnyen használhatónak ítélik őket és irányukba pozitív attitűddel rendelkeznek.*

Az 2-es táblázat összefoglalja kérdéseinket, a rájuk adott válaszok értékének átlagát és szórását.

A közvetett mérési módszer segítségével arra kaptunk választ, hogy hogyan változott félév során a diákok hozzáállása a tesztekhez. A letöltött adatokból megállapítható, hogy vizsgaidőszak előtt a különböző tesztípusok használata igen mérsékelt volt – ahogy azt az előző alfejezetben is megállapítottuk –, pontosabban egy adott tesztípus használóinak száma a *Logika* esetében 10 és 32, míg a *Mesterséges intelligencia* esetében 8 és 28 között változott, azaz tesztet a vizsgára készüléskor használók alig fele használta azt a szorgalmi időszakban. Természetesen itt feltehetjük azt a kérdést, hogy aki csak vizsgaidőszakban használta, az miért nem használta félév közben. Mivel a félévközi számonkérések nem online módon és nem teszt formában történtek, a hallgatók azt hitték, hogy a tesztek itt nem segíthetnek vagy egyszerűen csak azt hitték, hogy az elérhető feladatsor elég lesz, és erre nem pazaroltak energiát.

A rendszer tényleges használata azt mutatja, hogy az attitűd milyen mértékben realizálódott, azaz hogy milyen mértékben használták a diákok a teszteket. A *logika és számítástudomány alapjai* esetében ehhez a kérdéskörhöz egy kérdés tartozott a kérdőívben: *”Gyakorlaskor az online tesztek használatakor mennyire gyakran választotta ki a választ tippelés segítségével?”* A kérdésre adott válaszok átlaga 2,76, ami azt jelenti, hogy aki gyakorlásra használta a teszteket, az valójában akart tanulni és csak nagyon kevésszer élt a tippelés lehetőségével. A *Mesterséges intelligencia* esetében az online tesztben két kérdés tartozott a TAM modell ezen dimenziójába *„Mit használt a röpdolgozatokra való felkészülés során?”* és a *“ Mit használt a vizsgatesztre való felkészülés során?”*. Ezen esetekben egy előre megadott listából a legtöbbet használt tananyagot kellett megjelölnék. A diákok 68,3%-a saját gyakorlati jegyzeteit, 17,5% pedig az online teszteket használta elsődlegesen a röpdolgozatra való felkészülés során. A vizsgára való felkészülés esetében ez az arány viszont megfordul. A hallgatók 77%-a az online gyakorló teszteket részesítette előnyben, 14%-a pedig a saját jegyzeteit.

A TAM modell elemei	Átlag Logika	Átlag MI	Szórás Logika	Szórás MI
<b>Észlelt hasznosság</b>				
Mennyire tartotta jónak a tesztípusokat a megtanultak felmérése szempontjából?	4,08	4,55	0,59	0,74
Mennyire érezte hatékony tanulási módszernek a tesztek?	4,56	4,13	0,89	1,07
<b>Könnyű használhatóság</b>				
Gyakorlaskor mennyire tűnt egyszerűnek a tesztek használata?	4,05	4,52	1,06	0,76
A tesztek visszajelzéseit mennyire találta érthetőnek?	3,74	4,11	1,35	0,79
Mennyire könnyítették meg a felkészülést a tesztek?		4,5		0,85
<b>Attitűd</b>				
Az online tesztek mennyire tartotta hasznosnak?	4,58	4,68	0,55	0,69
Véleménye szerint az online tesztek előzetes használata mennyire segített jobb eredményt elérni a vizsgán?	4,87	4,5	1,12	0,71
Az online gyakorló tesztek használata jó stratégiának bizonyult a vizsgára való felkészülésben		4,69		0,63

**2. táblázat:** A kérdőív kérdéseinek osztályozása a TAM modell alapján

Az elearning rendszerből letöltöttük, hogy pontosan hányszor használták a gyakorló tesztek a diákok. Megszámoltuk, hogy egy adott diák egy tesztípust hányszor használt, a különböző tesztípusoknál kapott értékeket végül összeadtuk.

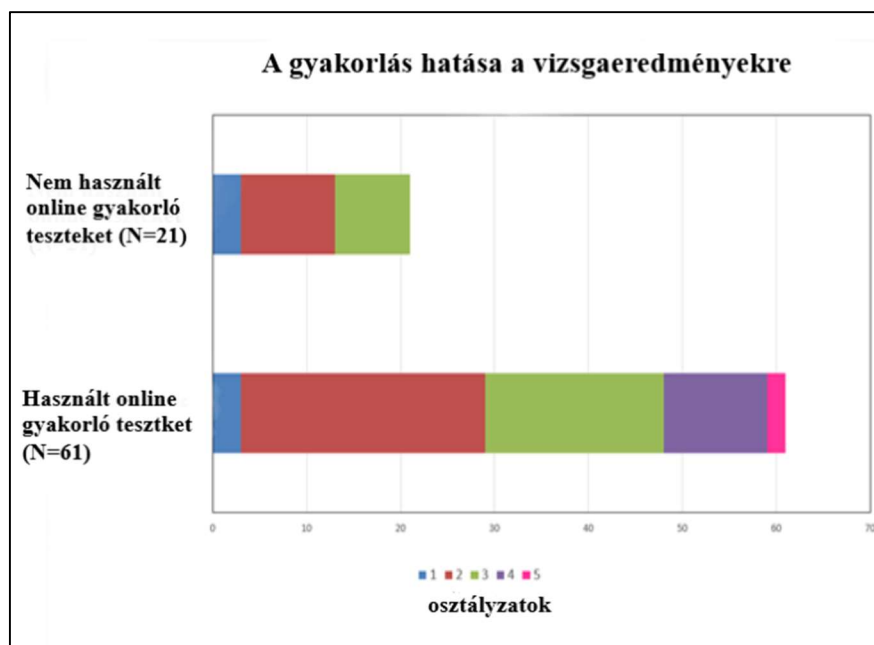
A 3. táblázatban összefoglaltuk ezen eredményeket. Látható, hogy átlagosan 30,4-szer használták a tesztek, volt viszont olyan diák, aki 120-szor próbálkozott összesen, de olyan is volt, aki csak egyszer.

	Logika	MI
Átlag	50,39	30,39
Szórás	54,32	30,64
Min/Max	1/251	1/120
Módusz/Medián	36/36	8/18,5

**3. táblázat:** Az eredmények összesítése

A *Mesterséges intelligencia* tantárgy esetében, egy diák kivételével, mindazon diákok, akik a vizsgára jutás feltételét teljesítették, a vizsgát is sikeresen abszolválták, és a vizsgára való készüléskor használták a gyakorlóteszteket. Megjegyezzük, hogy a mesterséges intelligencia egyik előfeltétele az alapozó logika kurzus, így csak az tanult

mesterséges intelligenciát, aki már teljesítette a logikát, azaz annak online vizsgáját. *A logika és számítástudomány alapjai* esetében nem volt ilyen előismeretük a diákoknak, ezért kíváncsiak voltunk arra, hogy a gyakorló tesztek hogyan befolyásolták a vizsgaeredményeket. 82 hallgató jelent meg a vizsgán. Ebből az előbbieken vizsgált 61 hallgató használta a gyakorló teszteket, 21 pedig nem. Huszan buktak meg legalább egyszer és ebből 6 diáknak nem sikerült teljesíteni a félévet. A tesztet használó 61 hallgató átlag vizsgaeredménye 2,72, míg a 21 tesztet nem használó diák átlageredménye 2,38. Tehát már ez az átlag is mutat egy minimális eltérést a tesztet használók és nem használók eredményei között, azonban az igazi különbséget a 15. ábrán láthatjuk. Megfigyelhetjük, hogy azon diákok, akik nem használták a tesztet, egyáltalán nem értek el jó és jeles osztályzatot, illetve esetükben az elégtelen osztályzatok aránya magasabb volt.



**15. ábra:** Az online tesztekkel végzett gyakorlás hatása a vizsgaeredményekre

Tehát végeredményben megállapíthatjuk, *hogy ötödik hipotézisünk teljesült*, hiszen azon diákok, akik elmentek vizsgázni, használták az online teszteket, hasznosnak, könnyen használhatónak tartják őket és irányukba pozitív attitűddel rendelkeznek. Azonban itt meg kell jegyeznünk, hogy míg a kérdőív attitűddel kapcsolatos kérdései nagyon magas, 4,5 fölötti pontszámot kaptak, az online adatok azt mutatják, hogy a diákok fele csak vizsgaidőszakban használta a teszteket, azaz csak rövid távú célokat foglalmaztak meg maguknak.

## 5. Mindmap, E-book

A megtanult ismeretek rendszerbe állítása jelentős problémát szokott jelenteni a hallgatóknak. Épp ezért azt javasoltuk, hogy a megtanulandó tananyagot egészítsük ki az ismeretek közti relációkkal. Egyrészt ezeket a kapcsolatokat ábrázolhatjuk egy gondolati térkép segítségével [41], másrészt a tananyag szövegébe kereszthivatkozásokat



internet csak kevesek kiváltsága volt, mára pedig szinte minden diák részére elérhető, vagy legalább az ingyen wifi az oktatási intézményben. Tehát nem feltétlen szükséges az offline formátum (mint például az EPUP), online, ám mobilról is könnyen használható formátumban kellene ezeket a segédanyagokat elkészíteni. Érdemes lenne napjainkban is a kezükbe adni az így feldolgozott tananyagot, hogy érdemben mondhassanak véleményt.

## 6. Összefoglalás

A logikus gondolkodásra, a következmény fogalmára, és egyéb logikából ismert fogalmak intuitív, majd tudatos megismerésére, fejlesztésére – véleményünk szerint – nagyon nagy szüksége lenne mindenkinek. Miután az egyetemisták jellemzően nincsenek birtokában a logikus következtetés részleteinek, elkészítettünk egy e-learning tananyagot, mellyel a GTK-s hallgatók pótolhatják ilyen irányú hiányosságait. A logikai következmény fogalmának megértéséhez és alkalmazásához segítségül hívtuk a játék alapú tanulást és az Excel táblázatkezelőt is. A dolgozat harmadik fejezetében mutattunk be ehhez kapcsolódó vizsgálatainkat, megfigyeléseinket. Ezek a vizsgálatok *igazolták első és második hipotézisünket*, mi szerint a diákok többsége szeretne az általunk elkészített e-learning tananyaghoz hasonlóan használni az oktatásban továbbá azt is, hogy a játék alapú tanulás megkönnyíti a – Prolog nyelv alapjainak elsajátításához szükséges – logikai következmény fogalmának megértését.

Az IK hallgatói részére elkészítettünk *A logika és számítástudomány alapjai* valamint a *Mesterséges intelligencia* tantárgyak anyagát lefedő teszteket generáló programokat, és ennek révén mind a számonkérés, mind az arra felkészülés könnyebbé vált. Kutatásunkban megvizsgáltuk, hogy a vizsgateszt feladatai az értékelés szempontjából hogyan vannak strukturálva; és megvizsgáltuk, hogy a MATH taxonómia mely szintjeit fedik le. Vizsgálatunk *igazolta harmadik hipotézisünket*, mi szerint, feladataink lefedik a MATH taxonómia A és B csoportját, így tesztjeinkkel az ezekbe a csoportokba tartozó készségek és tudás elsajátítása ellenőrizhető. Kíváncsiak voltunk arra is, hogy a diákok gyakorlóteszteken és vizsgán elért eredményeik milyen kapcsolatban vannak egymással. Vizsgálatunk *részben igazolta negyedik hipotézisünket*, mi szerint azon diákok, akik vizsgára való felkészüléskor használják a gyakorlóteszteket, feladattípusonként hasonló eredményeket érnek el vizsgán, mint gyakorláskor.

A kísérleteinkben arra is választ kerestünk, hogy a diákok hogyan választanak az elérhető segédanyagok közül, mennyire vannak hosszú távú céljaik. Eredményeink azt mutatják, hogy a papíron írt röpdolgozatokra felkészüléskor a diákok főleg a gyakorlati jegyzeteiket használják, míg az online vizsgateszt előtt viszont az online gyakorlóteszteket részesítik előnyben. Kérdőíveink eredményei alapján *ötödik hipotézisünket is igazoltnak tekinthetjük*, mi szerint az online teszteket hasznosnak és könnyen használhatónak tartják a diákok. Az attitűddel kapcsolatos kérdéseink is nagyon magas – 4,5 fölötti – pontszámot kaptak. Az online adatok viszont rámutattak arra, hogy a diákok fele csak vizsgaidőszakban használja a teszteket, ami arra enged következtetni, hogy csupán rövid távú célokat fogalmaznak meg maguknak.

*Az A logika és számítástudomány alapjai* tárgyhoz elkészítettük a fogalmak gondolati térképét, mely a szakirodalom szerint nagyban segíti a fogalmak kapcsolatainak megértését és elsajátítását. Kidolgoztuk eme tantárgyhoz elkészült Wiki rendszer EPUB formátumra alakítását, amely révén mobileszközön is felfedezhető a tantárgy tartalma, az egyes részek közti kapcsolatok.



## Irodalomjegyzék

- [1] M. Bakó and L. Aszalós, “E-learning material for teaching logic”, In M. Salampasis and A. Matopoulos, editors, 5th International Conference on Information and Communication Technologies in Agriculture, HAICTA 2011, pages 361–371. HAICTA Branch of Northern and Central Greece, 2011.
- [2] M. Bakó, “Fejtörők a logikai alapfogalmak megalapozásában”. In: Várterész, Magda; Bujdosó, Gyöngyi (szerk.) Informatika, Infokommunikáció, Innováció, Edukáció 2019 Debrecen, Magyarország: Debreceni Egyetem, (2020) p. 20
- [3] M. Bakó and L. Aszalós, “Using spreadsheets for solving logic puzzles” *Studia Universitatis Babes-Bolyai, Informatica*, (1), 2009.
- [4] M. Bakó and L. Aszalós, “Creation of a question bank for an introductory logic module”, 12th annual International Conference of Education, Research and Innovation 2019
- [5] M. Bakó and L. Aszalós, “The creation and application of a question bank for an Introductory logic module”, *Acta Didactica Napocensia*, Volume 12, Number 2, 2019
- [6] M. Bakó and L. Aszalós, “University students’ attitudes towards the usage of online tests for learning introductory logic”, XXXII DIDMATTECH 2019
- [7] M. Bakó and L. Aszaló, “How to teach ai at bsc level?” 12th annual International Conference of Education, Research and Innovation 2019
- [8] M. Bakó and L. Aszalós, “Teaching materials based on mind map”, In C. Bardini, P. Fortin, A. Oldknow, and D. Vagost, editors, Proceedings of The Ninth International Conference on Technology in Mathematics Teaching. University of Metz, 2009.
- [9] M. Bakó and L. Aszalós, “Learning environments in ebook format”, In Grigore Albeanu, Mircea Popovici, Radu Jugureanu, and Olimpius Istrate, editors, Proceedings of the 6th International Conference on Virtual Learning: Models & Methodologies, Technologies, Software Solutions, pages 414–420. Editura Universitatii din Bucuresti, 2011.
- [10] M. Prensky, *Digital natives, digital immigrants: do they really think differently?* On the Horizon, 9(6), 1–6., 2001.
- [11] J. Palfrey, and U. Gasser, *Born digital: Understanding the first generation of digital natives*. New York: Basic Books, 2008.
- [12] A. Hosein, R. Ramanau, and C. Jones, “Are all net generation students the same? The frequency of technology use at university”, Paper presented at the IADIS E-Learning Conference, Freiberg, Germany, 2010.
- [13] C. Jones and G. Healing, “Net generation students: Agency and choice and the new technologies”, *Journal of Computer Assisted Learning*, 2010, 26 (5): 344–356; 2010.
- [14] E. Hargittai, “Digital Na(t)ives? Variation in internet skills and uses among members of the “Net Generation””, *Sociological Inquiry*, 80(1), 92–113, 2010.

- [15] R. Schulmeister, "Students, internet, eLearning and web 2,0", In Ebner M, Schiefner M (eds) *Looking toward the future of technology-enhanced education: ubiquitous learning and digital native*. IGI Global, Hershey, 2010
- [16] G. E. Kennedy, K.-L. Krause, T. S. Judd, A. Churchward and K. Gray,. "First year students' experiences with technology: Are they really digital natives?" *Australasian Journal of Educational Technology*, 24 (1), 108–122, 2008.
- [17] P. W. Airasian, *Classroom assessment* (2nd edn), New York, McGraw-Hill Humanities, 1994.
- [18] K. Scouller, "The influence of assessment method on students' learning approaches: multiple choice question examination versus assignment essay", *Higher Education*, 35, 453–472, 1998.
- [19] K. R. Cox, "How did you guess? Or what do multiple choice questions measure?" *Medical Journal of Australia*, 1, 884–886, 1976.
- [20] A. H. Johnstone and A. Arnbusaidi, "Fixed response: what are we testing?" *Chemistry Education: Research and Practice in Europe*, 1(3), 323–328, 2000.
- [21] P. Ramsden, *Learning to Teach In Higher Education* London, Routledge, 1992.
- [22] B. S. Bloom, "Some theoretical issues relating to educational evaluation". In R. W. Tyler (Ed.), *Educational evaluation: new roles, new means: the 63rd yearbook of the National Society for the Study of Education* (part II) 69(2), pp. 26-50). Chicago, IL: University of Chicago Press, 1969
- [23] L. Anderson and D.A. Krathwohl, *Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. New York: Longman, 2001
- [24] L. W. Anderson and L. A. Sosniak, *Bloom's taxonomy: A forty-year retrospective*. University of Chicago Press, 1994.
- [25] G. Smith, L. Wood, M. Coupland, B. Stephenson, K. Crawford and G. Ball,. "Constructing mathematical examinations to assess a range of knowledge and skills". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 27(1), 65-77, 1996
- [26] S. M. D'Souza and L. N. Wood, "Designing assessment using the MATH taxonomy", In L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, J. Mousely (eds.), *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity*. Proceedings of the 26th Annual Conference of MERGA Inc., (pp. 294-301), Deakin University, Geelong, Australia, 2003
- [27] Y. Lee, K. A. Kozar and K. R. T. Larsen, "The Technology Acceptance Model: Past, Present", and Future. *Communications of the Association for Information Systems*, 12 (50), 752-780, 2003
- [28] F. D. Davis, "A technology acceptance model for empirically testing new end-user information systems Theory and results", (PhD thesis), Retrieved from DSpace@MIT, 1989.

- [29] L. Aszalós, “Online and offline logic tests”, In C. Bardini, P. Fortin, A. Oldknow, and D. Vagost, editors, *Proceedings of The Ninth International Conference on Technology in Mathematics Teaching*. University of Metz, 2009.
- [30] D. Druckman, “The educational effectiveness of interactive games”, in: D. Crookall and K. Arai (Eds.), *Simulation and Gaming across Disciplines and Cultures*, London Sage, 1995.
- [31] S. Erhel and E. Jamet, “Digital game-based learning: Impact of instructions and feedback on motivation and learning effectiveness”. *Computers and Education*, 67, 156-167. doi:10.1016/j.compedu.2013.02.019, 2012
- [32] S. Papert, “Does easy do it? Children, games, and learning”. *Game Developer*, 5(6), 88., 1988
- [33] Y.-T.C Yang, “Building virtual cities, inspiring intelligent citizens: Digital games for developing students’ problem solving and learning motivation”, *Computers & Education*, 59(2): p. 365-377, 2012
- [34] J. P. Gee, “What video games have to teach us about learning and literacy”, *Computers in Entertainment (CIE)*, 1(1), 20-20., 2003
- [35] M. J. Habgood and S. E. Ainsworth, “Motivating children to learn effectively: Exploring the value of intrinsic integration in educational games”, *The Journal of the Learning Sciences*, 20(2), 169-206., 2011
- [36] J. Portnow and D. Floyd, “The power of tangential learning”, *Edge Online*, 2010
- [37] M. Bakó and L. Aszalós. ”Play and learn with gcompris”, In M. Kourkoulos and C. Tzanakis, editors, *Proc. 5th International Colloquium on the Didactics of Mathematics*, pages 353–362. Crete University Press, 2009
- [38] M. Bakó. “Why we need to teach logic and how can we teach it?” *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, pages 1473–0111, 2002.
- [39] L. Aszalós, M. Bakó, and Katalin Bognár, “L’enseignement de la logique à l’école au collège et au lycée”, *Bulletin IREM-APMEP*, (14):31–41, 2001.
- [40] T. Mihálydeák, L. Aszalós: “Logika kiskaté”, <https://arato.inf.unideb.hu/kovacs.zita/Logika/kiskate.pdf>
- [41] Tony Buzan and Barry Buzan. *The Mind Map Book: How to Use Radiant Thinking to Maximize Your Brain's Untapped Potential*, Plume, 1996.
- [42] T. Mihálydeák, *Logical foundations of informatics* (in Hungarian) Accessed on 15 December 2019. Retrieved from [https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/Logika\\_my\\_twt-treeview.html](https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas/Logika_my_twt-treeview.html)
- [43] R. Smullyan. *A hölgy és a tigris*. Typotex, Budapest, 1991.
- [44] R. Smullyan. *Mi a címe ennek a könyvnek?* Typotex, Budapest, 1996

## Függelék

A legismertebbek fejtörők talán Smullyan *Mi a címe ennek a könyvnek?* és a *Hölgy és a tigris* című könyveiben találhatóak [43, 44]. Smullyan logikai feladványai általában klasszikus problémák kiterjesztései. Például a hazudós lóköttőkkel és az igazmondó lovagokkal kapcsolatos problémák a közismert *két őr és a két kapu* probléma sokatmondó változatai. Rejtvények hosszú sora szól egy szigetről, melynek lakói a lovagok és a lóköttők. A lovagok mindig igazat mondanak, a lóköttők pedig mindig hazudnak. Ezen felül vannak olyan rejtvények is, amelyben a lovagok és lóköttők mellett normális emberek is élnek. Ők hol hazudnak, hol igazat mondanak.

Módszerünk a bemutatásához egy hetedik-es Zrínyi Ilona (1992/28) matematika verseny feladatát hívtunk segítségül:

*A, B és C egy bűncselekmény gyanúsítottjai. Tudjuk, hogy a bűnös lovag, a többiek pedig nem. A gyanúsítottak a következőket állítják:*

*A: Ártatlan vagyok.*

*B: A igazat mond.*

*C: B nem normális.*

*Ki a bűnös?*

Ahhoz, hogy feladatunkat megoldjuk alapján véve, azt kell meghatároznunk, hogy pontosan mi is az adott állítások logikai következménye, azaz meg kell állapítanunk, hogy *A* a lovag, *B* a lovag, vagy *C* a lovag.

Hogyan oldhatnánk is meg ezt feladatot? A máskor sikeres ekvivalenciára visszavezetés nem működik, mert vannak normális embereink is, akik igazat is mondhatnak, és hazudhatnak is. Mivel a feladat szerint 3 fajta emberünk van: lovag, lóköttő, normális; és a feladat kitűzésében 3 személy szerepel: *A*, *B* és *C*, így ezért a táblázatunknak  $3^3$  sora lesz, tehát az *A* oszlopot az *A*<sub>2</sub>-től kezdődően kitöltjük a 0-26 értékekkel. Mondhatnánk, hogy minden egyes sor egy interpretációnak felel meg (ami nem teljesen igaz, de jó közelítésnek tekinthető) és ezekből kell a feladat feltételeinek megfelelő(ke)t kiválogatni. Az összes esetet felsorolását a 3-mal való osztási maradék segítségével valósítjuk meg a MARADÉK és a PADLÓ függvények alkalmazásával. A B<sub>2</sub>-es cellába a MARADÉK( $\$A2/3$ ; 3) függvényt, a C<sub>2</sub>-es cellába a MARADÉK(PADLÓ( $\$A2/3$ ; 1); 3) függvényt, míg a D<sub>2</sub>-es cellába a MARADÉK(PADLÓ( $\$A2/9$ ; 1); 3) függvényt írjuk.

Kódolásunk a következő lesz:

- 0 – Lovag
- 1 – Lóköttő
- 2 – Normális

A feladat szövege szerint egy lovagunk van, ezt írjuk le a H oszlopba! *A*, *B* és *C* között kell legyen egy lovag tehát  $A * B * C = 0$ ; de csak egyikük lehet lovag, tehát  $(A + B) * (A + C) * (B + C) \neq 0$ . Természetesen csak az lehet a feladathoz tartozó

interpretáció, ahol ezek feltételek teljesülnek, azaz ahol az Excel igaz értéket ad.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	counter	A típusa	B típusa	C típusa	A típusa	B típusa	C típusa	1 darab Lovag
1								
2	0	0	0	0	Lovag	Lovag	Lovag	=ÉS(B2*C2*D2=0;(B2+C2)*(B2+D2)*(C2+D2)>0)
3	1	1	0	0	Lókötő	Lovag	Lovag	HAMIS
4	2	2	0	0	Normális	Lovag	Lovag	HAMIS
5	3	0	1	0	Lovag	Lókötő	Lovag	HAMIS
6	4	1	1	0	Lókötő	Lókötő	Lovag	IGAZ
7	5	2	1	0	Normális	Lókötő	Lovag	IGAZ

17. ábra: A feladatban lehetséges 27 eset megadása

Nézzük most meg a gyanúsítottak állításának jelentését, azt hogy az előbbieket alapján ez hogyan formalizálható:

*A: Ártatlan vagyok. (Ez azt jelenti, hogy nem vagyok lovag, azaz az  $A > 0$ )*

*B: A igazat mond. (Ez szintén azt jelenti, hogy A nem lovag)*

*C: B nem normális. ( $B < 2$ )*

I	J	K
A állítása	B állítása	C állítása
=B2>0	=B2>0	=C2<2
IGAZ	IGAZ	IGAZ
IGAZ	IGAZ	IGAZ
HAMIS	HAMIS	IGAZ
IGAZ	IGAZ	IGAZ
IGAZ	IGAZ	IGAZ

18. ábra: Az egyes személyek állításainak igazságértékei.

Megvizsgáljuk, hogy *A* típusa összefér-e az általa mondott állítással? Azaz ha *A* lovag, akkor az állítása igaz; ha lókötő, akkor az állítása hamis (19. ábra). Mivel nincs implikáció az Excelben az  $A \supset B$  helyett a vele ekvivalens  $\neg A \vee B$  alakot használjuk.

L	M
A az első állítással összefér-e?	B a második állítással összefér-e?
=ÉS(VAGY(E2<>"Lovag";I2);VAGY(E2<>"Lókötő";NEM(I2)))	=ÉS(VAGY(F2<>"Lovag";J2);VAGY(F2<>"Lókötő";NEM(J2)))
HAMIS	IGAZ
IGAZ	IGAZ
HAMIS	IGAZ

19. ábra: Mondhatta az adott ember azt, amit mondott?

Számunkra azok az esetek lesznek jók, amikor *A*, *B* és *C* típusa is összefér a saját állításával, azaz mikor mind három esetben IGAZ értéket kapunk. Egy ilyen eset (pontosabban interpretáció) létezik, amelyet a 20. ábrán ki is emeltünk, amikor *A* és *C* normális és *B* pedig lovag.

counter	type of A	type of B	type of C	type of A	type of B	type of C	1 Lovag	statement A	statement B	statement C	A	B	C	Solution
0	0	0	0	Lovag	Lovag	Lovag	HAMIS	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS
1	1	0	0	Lökötő	Lovag	Lovag	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
2	2	0	0	Normális	Lovag	Lovag	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS
3	0	1	0	Lovag	Lökötő	Lovag	HAMIS	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
4	1	1	0	Lökötő	Lökötő	Lovag	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS
5	2	1	0	Normális	Lökötő	Lovag	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	HAMIS
6	0	2	0	Lovag	Normális	Lovag	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	HAMIS
7	1	2	0	Lökötő	Normális	Lovag	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	HAMIS
8	2	2	0	Normális	Normális	Lovag	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS
9	0	0	1	Lovag	Lovag	Lökötő	HAMIS	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS
10	1	0	1	Lökötő	Lovag	Lökötő	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	HAMIS	HAMIS
11	2	0	1	Normális	Lovag	Lökötő	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS
12	0	1	1	Lovag	Lökötő	Lökötő	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	IGAZ	HAMIS	HAMIS
13	1	1	1	Lökötő	Lökötő	Lökötő	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS
14	2	1	1	Normális	Lökötő	Lökötő	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS	HAMIS
15	0	2	1	Lovag	Normális	Lökötő	IGAZ	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
16	1	2	1	Lökötő	Normális	Lökötő	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
17	2	2	1	Normális	Normális	Lökötő	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS
18	0	0	2	Lovag	Lovag	Normális	HAMIS	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS
19	1	0	2	Lökötő	Lovag	Normális	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
20	2	0	2	Normális	Lovag	Normális	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ
21	0	1	2	Lovag	Lökötő	Normális	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
22	1	1	2	Lökötő	Lökötő	Normális	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	HAMIS
23	2	1	2	Normális	Lökötő	Normális	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	HAMIS
24	0	2	2	Lovag	Normális	Normális	IGAZ	HAMIS	HAMIS	HAMIS	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
25	1	2	2	Lökötő	Normális	Normális	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS
26	2	2	2	Normális	Normális	Normális	HAMIS	IGAZ	IGAZ	HAMIS	IGAZ	IGAZ	IGAZ	HAMIS

20. ábra: A feladat megoldása