

Diszkrét matematika 2 tantárgy vázlata

Ligeti Péter

2018. november 6.

A Diszkrét matematika 2 tantárgy előadását választottam habilitációs előadásnak. Az előadás a PProgramtervező informatikus BSc szakon, heti 3 órában folyt, kollokviumi számonkérés mellett. Főbb témakörök a gráfelmélet, algebra, kódoláselmélet és számítási modellek. A tárgy részletes tematikája a következő.

- **Irányítatlan gráfok:** alapfogalmak, példák. Gráfok izomorfiaja és Descartes-szorzata, részgráf, komplementer. Páros gráfok. Séták, vonalak, utak és körök, egyszerű tételek, összefüggőség. Fák és feszítőfák, erdők, egyszerű tételek. Vágás, vágások száma. Euler-vonal, Hamilton út. Címkezett és súlyozott gráfok, mohó algoritmusok.
- **Irányított gráfok, rajzolhatóság, kromatikus szám:** alapfogalmak, éllistas ábrázolás. Erős összefüggőség, irányított fák, König-lemma, Dijkstra módszere, dinamikus programozás. Kromatikus szám. Gráfok mátrixai.
- **Csoportok:** homomorfizmusok, reprezentációk, egyszerű tételek és példák. Részfelcsoport, részcsoporth, generátum, ciklikus csoport, egyszerű tételek. Mellékosztályok, Lagrange-tétele. Normál osztó és tulajdonságai, faktorcsoport homomorfizmus tétel. Direkt szorzat, véges Abel csoportok alaptétele. Permutáció csoportok, Cayley-tétele.
- **Gyűrűk és testek:** példák. Homomorfizmusok, gyűrű karakterisztikája. Részgyűrű, ideál, mellékosztályok, faktorgyűrű, homomorfizmus tétel. Direkt szorzat. Gauss-gyűrűk, Euklideszi gyűrűk, bővített Euklideszi algoritmus és következményei. Hányadostest.

- **Polinomok:** polinomgyűrűk alaptulajdonságai, polinomfüggvények. A maradékos osztás tétele polinomokra és következményei. Polinom algebrai deriváltja, többszörös gyökök. Irreducibilis polinomok és testbővítések, véges testek. Irreducibilis polinomok a komplex, valós, racionális és az egész számok felett, Gauss tétele. Lagrange-interpoláció, titok megoszlás, Kronecker-eljárás. Racionális törtfüggvények, parciális törtekre bontás. Többhatározatlanú polinomok.
- **Forráskódolás:** információ, bit, entrópia, a kódolás alapjai. Betűnkénti kódolás, kódfa, prefix kód, egyenletes kód és vesszős kód. McMillan-egyenlőtlenség, átlagos szóhosszúság, optimális kód és konstrukciója, Shannon tétele zajmentes csatornára. A szótárkódok alapgondolata.
- **Hibakorlátozó kódolás:** hibajelző és hibajavító kódok, egyszerű példák, kódok távolsága és súlya. Hamming-korlát, Singleton-korlát. Lineáris kód, generátormátrix, ellenőrző mátrix, szindrómadekódolás, példák. Polinom kódok, CRC-kódok, Reed-Solomon-kódok és dekódolásuk.
- **Számítási modellek:** számítási eljárás, szimulálás, sebesség összehasonlítás a, ordó. Algoritmus. Turing-gép mint számítási eljárás. Szimulálás csökkentett jelkészlettel és egy szalaggal, szemétgyűjtés, példák. Univerzális Turing-gépek. Félszalagos Turing-gép, Post-gép, RAM-gép, tárolt programú gép, mindezek ekvivalenciája. Korlátozott gépmodellek, kitekintés.