

Tantárgy neve: Mérték, integrál, valószínűség	Kreditértéke: 3
A tantárgy besorolása: kötelező	
A tantárgy elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke: is-is	
A tanóra típusa: ea. , óraszám: 2 az adott félévben	
A számonkérés módja: kollokvium.	
A tantárgy tantervi helye (hányadik félév): 1	
Előtanulmányi feltételek (<i>ha vannak</i>): BSC analízis	
Tantárgy-leírás: az elsajátítandó ismeretanyag tömör, ugyanakkor informáló leírása	
<p>Függvények lokális oszcillációjának és a folytonosságnak a kapcsolata. A Riemann-integrál kritikájával kapcsolatos példák: határátmenet és integrál; $R[0,1]$ nem teljes az integrál (fél)metrikára nézve.</p> <p>A nulla-mértékű halmaz fogalma, a majdnem mindenütt terminológia. A Riemann-integrálhatóság Lebesgue-féle kritériuma. A Lebesgue-integrál Riesz-féle felépítésének a vázlata: lépcsős függvények, A. Lemma, B. Lemma. A Borel-féle lefedési tétel.</p> <p>Félgűrű, gyűrű, szigma-algebra. A generált gyűrű, ill. szigma-algebra. Példák. A félgűrű által generált gyűrű szerkezete. Halmazfüggvények additivitása, szigma-additivitása. Az előmérték, kvázi-mérték, mérték fogalma. Az előmérték alaptulajdonságai. Félgűrűn értelmezett speciális halmazfüggvény kiterjesztése előmértékké, ill. kvázimértékké. Az előmérték, ill. kvázimérték kapcsolatára vonatkozó szükséges, ill. elégséges feltételek. A Lebesgue-féle kvázimérték. A Stieltjes-féle kvázimérték.</p> <p>Gyűrűn értelmezett kvázimérték kiterjesztése mértékké. A külső mérték fogalma, Caratheodory-tétel. A szigma-véges mérték fogalma, a kiterjesztés egyértelműsége. Teljes mérték. Lebesgue-Stieltjes-mérték.</p> <p>A Borel-halmazok jellemzése (nyílt; zárt; kompakt halmazokkal való kapcsolat). Eltolás és tükrözés-invariancia. Példa nem mérhető halmazra.</p> <p>A mérhető leképezés fogalma. A mérhető függvények jellemzése (nívóhalmazok). Mérhető függvényekkel végzett műveletek (alpműveletek, alsó-felső burkoló, $\lim \sup$, $\lim \inf$, \lim). Jęgorov-tétel.</p> <p>Lépcsősfüggvények. Nemnegatív lépcsősfüggvények integrálja. Az integrál alaptulajdonságai. A nem-negatív mérhető függvények és a lépcsősfüggvények kapcsolata. Az integrál értelmezése és alaptulajdonságai. Beppo-Levi-tétel, Fatou-lemma. Mérhető függvények integrálja. Az integrál jellemzése és alaptulajdonságai (linearitás, monotonitás, a majdnem mindenütt terminológia).</p> <p>Az L^p terek értelmezése, Hölder- és Minkowski-egyenlőtlenség. Az L^p-normák limesze, a mérték végeességének a szerepe. Lebesgue-tétel. Az L^p terek teljessége.</p> <p>Valószínűségi mértékterek. Valószínűségi változó, várható érték, szórás. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség. Borel-Cantelli-lemma. A feltételes várható érték operátor.</p> <p>A Riemann-integrálhatóság és a Lebesgue-integrálhatóság kapcsolata.</p>	

A súlyfüggvénnyel generált mérték és integrálfogalma és alaptulajdonságai. Az abszolút folytonosság fogalma és jellemzése véges mérték esetén. Radon-Nikodym-tétel

A szorzatmérték fogalma, Tonelli-, ill. Fubini-tétel.

A legfontosabb kötelező, illetve ajánlott irodalom (jegyzet, tankönyv) felsorolása bibliográfiai adatokkal (szerző, cím, kiadás adatai, (esetleg oldalak), ISBN)

Irodalom.

Simon P.: Mérték és integrál. Egyetemi jegyzet. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2016.

ISBN: 978-963-312-258-7

Azoknak az előírt szakmai kompetenciáknak, kompetencia-elemeknek (tudás, képesség stb., KKK 8. pont) a felsorolása, amelyek kialakításához a tantárgy jellemzően, érdemben hozzájárul

pl.:

a) tudása

Komplex és aktuális ismeretekkel rendelkezik informatikai szakterületének innovatív, kutatói szintű műveléséhez szükséges matematikai elvek, szabályok, összefüggések terén, különösen - választott specializációjának megfelelően - a következő témakörökben: a matematikai analízis speciális területei, numerikus módszerek és alkalmazásaik; diszkrét matematika.

b) képességei

Képes matematikai, számítástudományi, informatikai ismereteinek, újszerű megközelítési módot igénylő alkalmazására informatikai kutatási, fejlesztési feladatok során.

Tantárgyfelelős: Dr. Simon Péter egyetemi tanár, az MTA doktora

Tantárgy oktatásába bevont oktatók: Dr. Kovács Sándor adjunktus, Filipp Zoltán m. tanár