Tantárgy neve: **Funkcionálanalízis az alkalmazott matematikában**	**Kreditértéke: 3**
A tantárgy **besorolása**: **kötelező**	
A tantárgy elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke: is-is	
A **tanóra típusa**: ea. , **óraszáma**: 2 az adott **félévben**	
A **számonkérés** módja: kollokvium	
A tantárgy **tantervi helye** (hányadik félév): 1	
Előtanulmányi feltételek *(ha vannak)*: BSC analízis	

Tantárgy-leírás: az elsajátítandó **ismeretanyag tömör, ugyanakkor informáló leírása**

Topologikus-, metrikus-, normált-, euklideszi-terek. Környezet, nyílt, zárt halmaz, halmaz lezárása, halmaz belseje. Érintkezési, torlódási pont. A derivált halmaz jellemzése. A halmaz lezárásának a megadása érintkezési pontokkal.

Konvergens sorozatok metrikus terekben. A teljesség fogalma, Banach-tér, Hilbert-tér. Fixpont-tétel. Egymásbaskatulyázott zárt gömbök metszete, a teljes terek jellemzése. Sehol sem sűrű, első, második kategóriájú halmazok. Baire-kategória-tétel.

A topologikus bázis fogalma. Szeparábilis terek. A metrikus tér szeparábilitása és jellemzése a bázissal, példák. Normált terek szeparábilitása, zárt rendszerek. Euklideszi terek szeparábilitása, ortonormált rendszerek. Paralelogramma-szabály.

A Schauder-bázis fogalma. A Schauder-rendszer bázis C[a,b]-ben. Ortonormált rendszerek euklideszi terekben. Fourier-sorok, Bessel-egyenlőtlenség, Parseval-egyenlőség. A Fourier-részletösszegek minimum-tulajdonsága. Ortonormált bázis szeparábilis euklideszi terekben. Ortonormált rendszerek teljességének és zártságának a kapcsolata. Riesz–Fischer-tétel.

A kompaktság fogalma. A torlódási pontok szerepe. Korlátosság és zártság, teljesen korlátosság, teljesség, sorozatkompaktság. Kompaktság véges dimenziós normált terekben. A normák ekvivalenciája. A végtelen dimenziós eset, Riesz-tétel. Áttekintés metrikus terek közötti leképezések folytonosságát, határértékét illetően: átviteli elvek, kompakt halmazon folytonos függvények tulajdonságai (Weierstrass- és Heine-tétel, az inverz függvény folytonossága.

Halmazok távolsága metrikus terekben. Az extremális pontok létezésére vonatkozó tétel. Pont és véges dimenziós altér távolsága normált terekben, példák: egyenletesen legjobban közelítő polinom; lineáris egyenletrendszerek approximatív megoldása; legkisebb négyzetek módszere. A távolság kiszámítása euklideszi terekben. Szigorúan normált terek, unicitás. Pont és zárt altér távolsága Hilbert-térben. Teljes altér szerinti ortogonális felbontás, Riesz-tétel. Teljes altérre való projekció.

Lineáris, ill. korlátos lineáris leképezések. A korlátosság és a folytonosság kapcsolata. A korlátos lineáris operátorok tere. Operátor-norma, az L(X1,X2) tér teljessége. A folytonos magú integráloperátor vizsgálata. A duális (konjugált) tér fogalma. Az ℓp ($1 \le p < \infty$) tér duálisa. Korlátos lineáris funkcionálok Hilbert-tereken, Riesz-tétel.

A Hahn–Banach-tétel és következményei: egy elem által generált funkcionál; altértől való távolság; rendszerek zártságának a jellemzése. Az adjungált operátor fogalma, normája. Adjungált operátor Hilbert-téren. Az erős konvergencia fogalma.

A Banach–Steinhaus-tétel és alkalmazásai: Fourier-sorok divergenciája, (C, 1)-szummációja. Interpoláció, kvadratúrák.

Lozinszkij–Harsiladze-tétel. Speciális esetek. A minimál-projekció.

Pozitív operátorok, Bohman–Korovkin-tétel. Hibabecslés, alkalmazások: Bernstein-polinomok, Fourier-sorok (C, 1)- közepei, az Hermite–Fejér-interpolációs polinomok, Weierstrass approximációs tételei.

A kompakt operátor fogalma, jellemzése lineáris esetben. Hilbert-téren értelmezett önadjungált, lineáris operátor sajátérték-problémája. A kompakt, önadjungált operátor esete. Hilbert–Schmidt-spektrálfelbontás.

A nyílt leképezés fogalma. Lineáris operátorok nyíltságának a jellemzése. Banach-teret Banach-térre képező korlátos, lineáris operátor nyíltsága. Banach-inverz tétel, zárt gráf-tétel. Irodalom.

Irodalom:

Simon P.: A funkcionálanalízis alapjai. Egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2017.

ISBN: 978-963-312-272-3

Azoknak az előírt szakmai kompetenciáknak, kompetencia-elemeknek a felsorolása, amelyek kialakításához a tantárgy jellemzően, érdemben hozzájárul

pl.:

a) tudása

Komplex és aktuális ismeretekkel rendelkezik informatikai szakterületének innovatív, kutatói szintű műveléséhez szükséges matematikai elvek, szabályok, összefüggések terén, különösen - választott specializációjának megfelelően - a következő témakörökben: a matematikai analízis speciális területei, numerikus módszerek és alkalmazásaik; diszkrét matematika.

b) képességei

Képes matematikai, számítástudományi, informatikai ismereteinek, újszerű megközelítési módot igénylő alkalmazására informatikai kutatási, fejlesztési feladatok során.

Tantárgy felelőse: **Dr. Simon Péter egyetemi tanár, az MTA doktora**

Tantárgy oktatásába bevont oktatók: Dr. Kovács Sándor adjunktus, PhD, Filipp Zoltán m. tanár